

DEA Signaux et Images en Biologie et Médecine

TRAITEMENT D'IMAGES

Sommaire

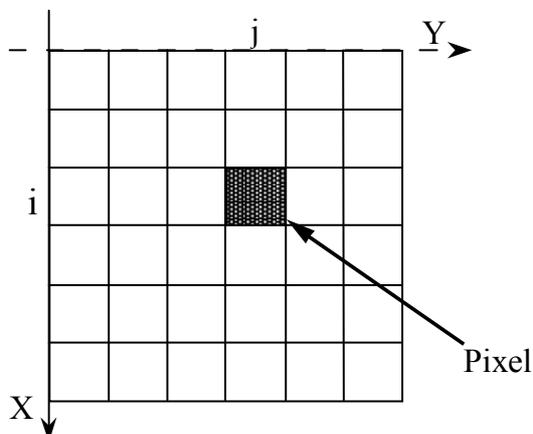
1) Introduction	1
2) Les P.A.C.S. (Picture Archiving and Communication Systems)	4
3) La visualisation des images	5
4) L'histogramme	6
5) Les filtres morphologiques	9
6) Les opérations arithmétiques ponctuelles	10
7) Les transformations géométriques	13
8) Principe du filtrage linéaire	15
9) Le lissage	15
10) La détection des contours	18
11) La détection d'objets	20
12) La segmentation	21
13) Le suivi d'un contour en mouvement	25
14) La description d'un contour	26
15) La texture	27
16) L'interpolation d'images	30
17) Le Recalage et la Fusion	31
18) La logique floue ou "fuzzy logic"	33
19) Les transformations orthogonales	34

Christine CAVARO-MENARD

Unité de Traitement d'Images - Groupe Signal et Image - LISA - Université d'Angers
Service de Médecine Nucléaire et de Biophysique - CHU d'Angers
4 rue Larrey - 49033 ANGERS Cedex 01
Tel : 02-41-35-56-59 - E-mail : christine.menard@univ-angers.fr

1) Introduction

1.1 Définition d'une image



La localisation spatiale d'un pixel est définie par ses coordonnées cartésiennes: i, j

L'intensité d'un pixel sera définie par la fonction: $f(i, j)$ codée sur 8, 16 ou 32 bits

La propriété de séparabilité de l'image permet de traiter l'image sur les lignes puis sur les colonnes de manière séparée.

Le fichier image est constitué :

- d'un en-tête : renseignements sur le patient, la source et la technique d'acquisition, caractéristiques de l'image (taille de la matrice image, nombre d'images, nombre d'octets de codage..).
- du codage de l'intensité des pixels de l'image ou de la séquence.

Caractéristiques des principales classes d'images biomédicales :

Modalité d'acquisition	Zone explorée	Taille de l'image	Nombre de coupes	Nombre bits de codage	Taille des fichiers
TDM	Crâne	512*512	20 à 40	12	10 à 20 Mo
	Thorax	512*512	Zone explorée	12	0,5 Mo
	Abdomen	512*512	Zone explorée	12	-
I.R.M.	Crâne	512*512 ou 1024*1024	20	→ 16	10 Mo - 40 Mo
	Rachis	512*512	Zone explorée	→ 16	0,5 Mo
	Cœur	256*128	10 (*synchro)	→ 16	10 Mo
Scintigraphie	Tomo - Crâne	256*256	20 à 30	8	1,3 à 2 Mo
	Tomo - Cœur	64*64	10	8	0,04 Mo
Microscopie ionique	-	512*512	-	8	0,3 Mo
Radiologie	-	2000*2000	-	16	8 Mo

Les images médicales sont plus riches en niveaux de gris que la plupart des images.

L'intensité d'un point est susceptible de correspondre à :

- un coefficient de réflexion de la lumière,
- un coefficient d'atténuation des rayons X,
- une concentration locale de traceur radioactif ou de produit de contraste,
- un coefficient de réflexion des ultrasons,
- un temps de relaxation T_1 ou T_2 en Résonance Magnétique Nucléaire,
- un vecteur vitesse locale de fluide en mouvement,
- une combinaison de plusieurs paramètres.

Exemple : La Tomodensitométrie à Rayons X (TDM ou CT-scan)

Nombre de bits de codage : en général 12 pour le crâne (Echelle d'Hounsfield).

1.2 Les séquences

En imagerie médicale, les séquences peuvent être de type temporel et/ou volumique.

Séquences Temporelles : $2D + T$ $f(i, j, t)$ ou $f_t(i, j)$

Séquences Volumiques : $3D$. $f(i, j, k)$ Voxel istrope

Les séquences volumiques :

SPECT Acquisition volumique - Algorithme de reconstruction non isotrope.

IRM Acquisition volumique souvent non isotrope.

Scan Acquisition volumique non isotrope (coupes successives).

Les problèmes de l'imagerie 3D :

- Acquisition souvent anisotrope :
 - Acquisition de coupes épaisses jointives (difficulté d'interprétation).
 - Acquisition de coupes non jointives (interpolation des images).
- Taille importante des fichiers d'acquisition \Rightarrow **COMPRESSION.**

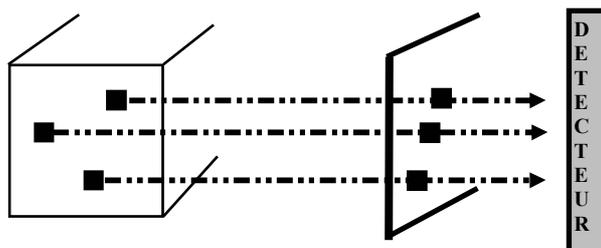
1.3 Images réellement traitées

Image cumulée :

Le détecteur ne prend pas en compte le temps \Rightarrow addition des images de la séquence.

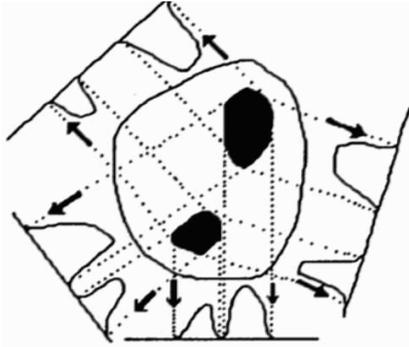
Projection plane :

Le détecteur ne prend pas en compte l'une des 3 dimensions spatiales
 \Rightarrow projection plane d'une région anatomique 3D.



exemples : radiologie conventionnelle, scintigraphie.

Le détecteur ne peut pas séparer 2 points situés l'un derrière l'autre entre le tube et le film.

Projection sur un axe :

En Tomodensitométrie à rayons X,
Gamma Tomographie,
Imagerie par Résonance Magnétique.

La reconstruction des coupes s'effectue à partir de projections de la structure étudiée sur des axes.
La reconstruction tomographique permet une meilleure perception des structures.

1.4 Pourquoi traiter une image ?

- * **Reconstruction d'images.**
- * **Aide au diagnostic :**
 - changement d'échelle couleur,
 - zoom, fenêtrage, seuillage,
 - soustraction d'images,
 - mesures simples (amplitude moyenne, distance, angle,...)
ou complexes (surfaces, volumes, fraction d'éjection...),
 - application de filtres (lissage, restauration),
 - segmentation, détection des contours,
 - création d'images synthétiques (images de phase et d'amplitude),
 - recalage d'images,
 -
- * **Archivage et Transmission des images** (réseaux locaux, Numéris...)
⇒ COMPRESSION.

1.5 Les logiciels de traitement d'images

- * **PV-WAVE :** Visual Numeric : <http://www.vni.com>
Visualisation, filtrage, segmentation, transformation, compression...
- * **IDL :** Research Systems : <http://www.rsinc.com>
Visualisation, rendu 3D, filtrage, segmentation, transformation...
- * **IMAGELIB :** Université de Clermont-Ferrand : <http://www.u-clermont1.fr/erim>
- * **NIH – IMAGE :** MAC : <http://rsb.info.nih.gov/nih-image/>
PC : <http://scioncorp.com/>
- * **IMAGE TOOLS :** PC : <http://ddsdx.uthscsa.edu/>
- * **MATLAB :** Scientific Software : <http://www.mathworks.com>
Image Processing Toolbox : Visualisation, segmentation, transformation...
Signal Processing toolbox : Simulation, compression...

1.6 Sites Internet - Traitement d'images

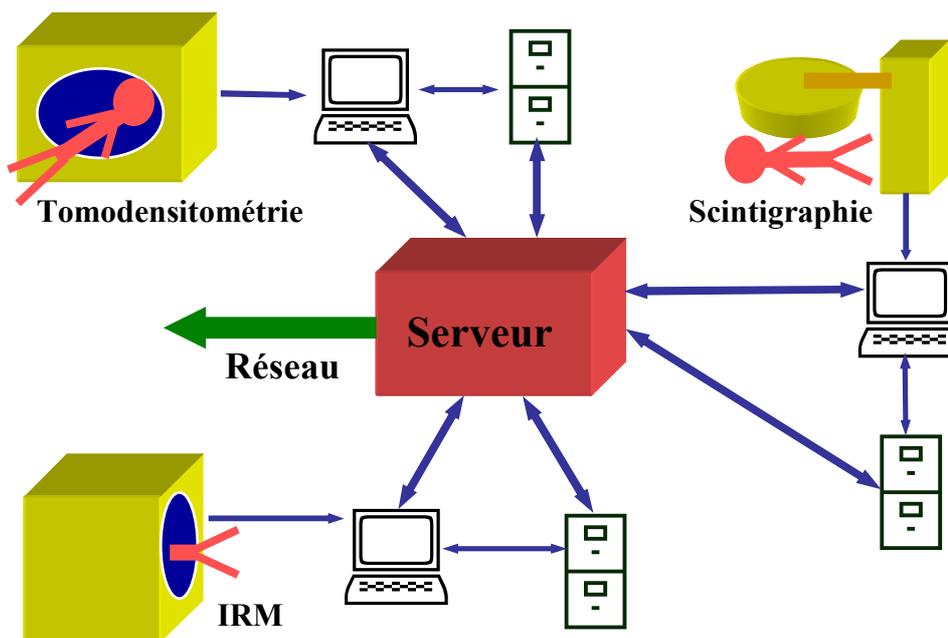
- * **ISIS - Information Signal Images et viSion** <http://www-isis.enst.fr>
Regroupement des équipes traitant le signal et/ou l'image.
Groupes de travail : Segmentation (évaluation de la qualité d'une segmentation),
Compression, Fusion....
- * **PubMed : bibliographie** <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/PubMed/>
Publications médicales(+traitement d'images) - Medline
- * **Instructions aux auteurs** <http://www.mco.edu/lib/instr/libinsta.html>
Instructions aux auteurs des principales revues du domaine biomédical.
- * **MedExplorer** <http://www.medexplorer.com>
Présentation des résultats de quelques équipes parisiennes dans le domaine biomédical.

2) Les P.A.C.S. (Picture Archiving and Communication Systems)

Système d'Archivage et de Communication d'Images

Le concept des PACS est né de la nécessité d'archiver et de transmettre les images numérisées.
Les PACS intègrent :

- l'acquisition,
- la visualisation,
- les traitements d'images,
- le stockage à court terme,
- l'archivage,
- la communication entre sous-systèmes et systèmes,
- la gestion des données (données administratives, résultats des traitements).



2.1 La communication entre les systèmes

Réseau :

Transmissions locales (à l'échelle de l'hôpital) : réseau Ethernet (1 Mbits/s).

Transmissions à distance : réseau de type Numéris.

Format de fichiers (transfert) :

Médecine Nucléaire : Interfile - **Dicom3**.

Radiologie + IRM : ACR Nema (Ancien) - **Dicom3**.

Image numérisée (scanner) : BMP, EPS, TIFF.

Station de traitement : Format propre au constructeur.

⇒ Problème de communication entre les systèmes.

Problème pour la multimodalité (Manipulation de la base de données).

3) La visualisation des images

3.1 Visualisation en niveaux de gris

Étalement de la dynamique :



Mise à l'échelle :

$$V(i, j) = \alpha f(i, j)$$

avec $\alpha = V / I$

Par définition : 0 = noir

V = blanc

A chaque intensité est associé un niveau de gris. Or c'est dans les valeurs moyennes d'intensité que l'on trouve les informations utiles au diagnostic.

Fenêtrage triple rampe - Windowing :



$$\text{Si } f(i, j) < I_B \quad V(i, j) = 0$$

$$f(i, j) > I_W \quad V(i, j) = V$$

$$\text{Sinon } V(i, j) = V * \frac{f(i, j) - I_B}{I_W - I_B}$$

⇒ **Augmentation du contraste**

La détermination de I_B et I_W est très opérateur dépendant.

3.2 Visualisation couleur

Pseudo-couleur :

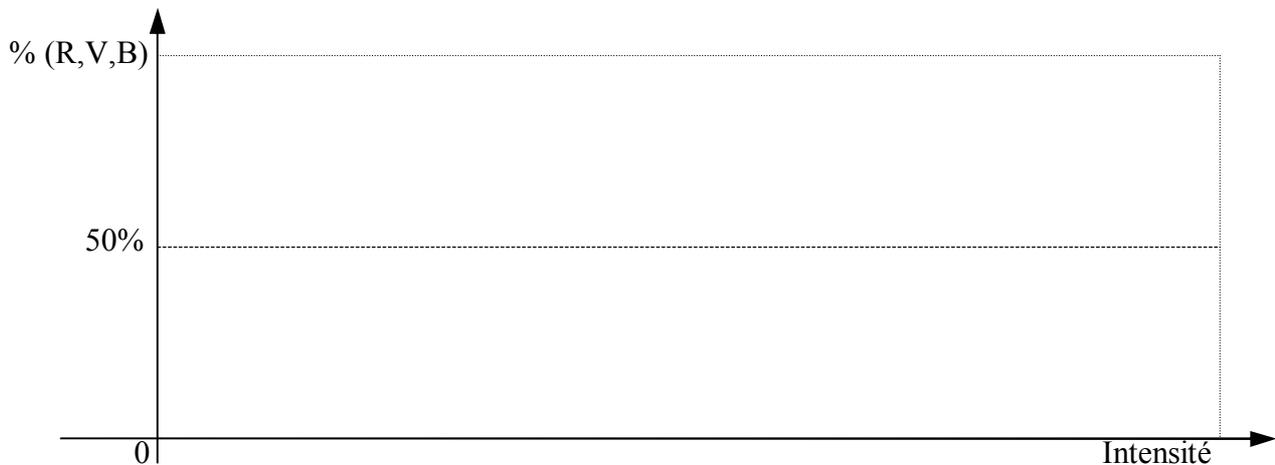
Pour chaque intensité $f(i, j)$, définition des pourcentages de :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Rouge} \\ \text{Vert} \\ \text{Bleu} \end{array} \right\} 3 \text{ composantes}$$

Look-up table :

Une "look-up table" permet d'établir la relation :

Intensité d'un pixel \Leftrightarrow proportion de chaque composante (R,V,B)



4) L'histogramme

4.1 Histogramme par niveau

Histo (k) = Nombre de pixels d'intensité k



Probabilité d'apparition d'un pixel d'intensité k dans l'image :

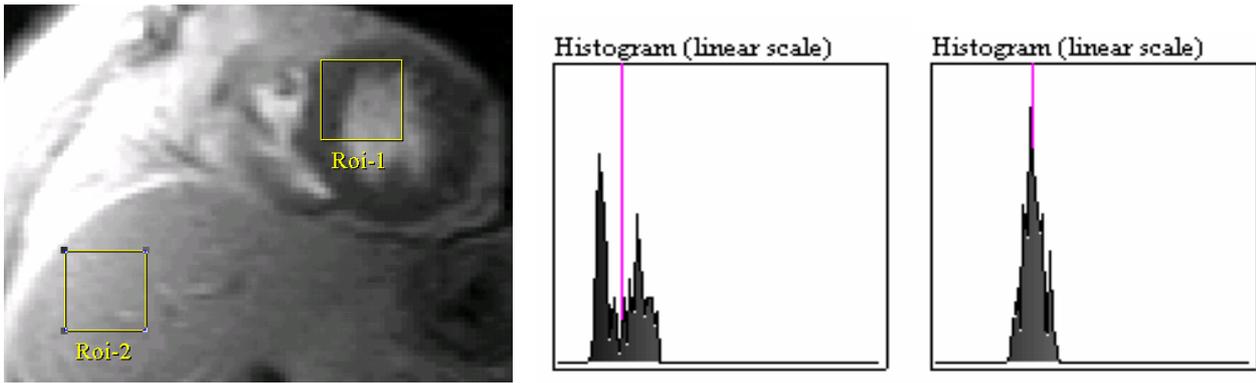
$$P_N(k) = \text{Histo}(k) / N$$

N : Nombre de pixels de l'image.

Quantité d'information apportée par un niveau d'intensité (n) dans l'image :

$$Q(n) = -\log_2 P_N(n)$$

\Rightarrow Plus la fréquence d'apparition d'un niveau est grande ($P_N(n) \rightarrow 1$), moins ce niveau apporte d'information.



Entropie :

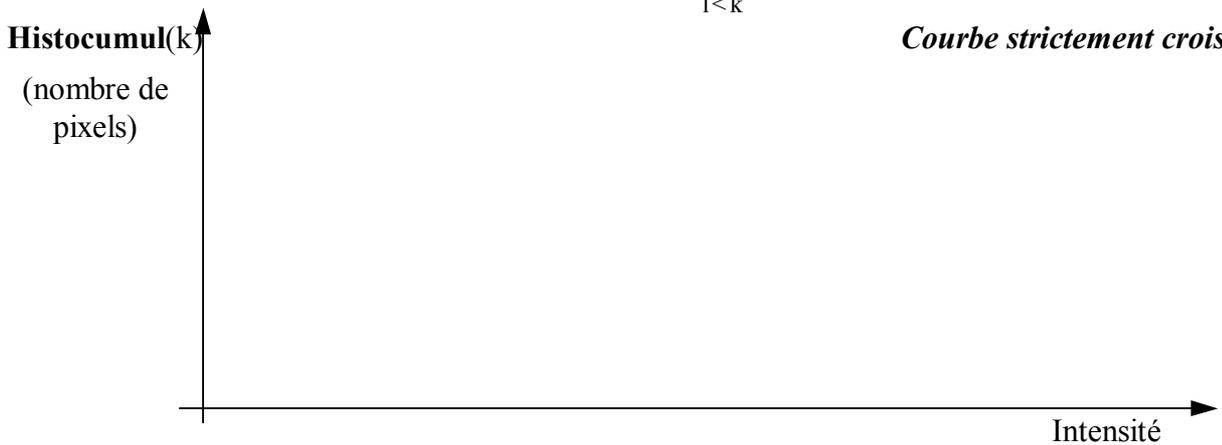
Mesure la quantité moyenne d'information apportée par chaque niveau sur l'ensemble de l'image.

$$\text{ENTROPIE} = - \sum_{n=0}^N P_N(n) Q(n)$$

4.2 Histogramme cumulé

L'histogramme cumulé est réalisé à partir de l'histogramme par niveau. Il représente, à l'abscisse k, le nombre de pixels ayant une intensité inférieure à k.

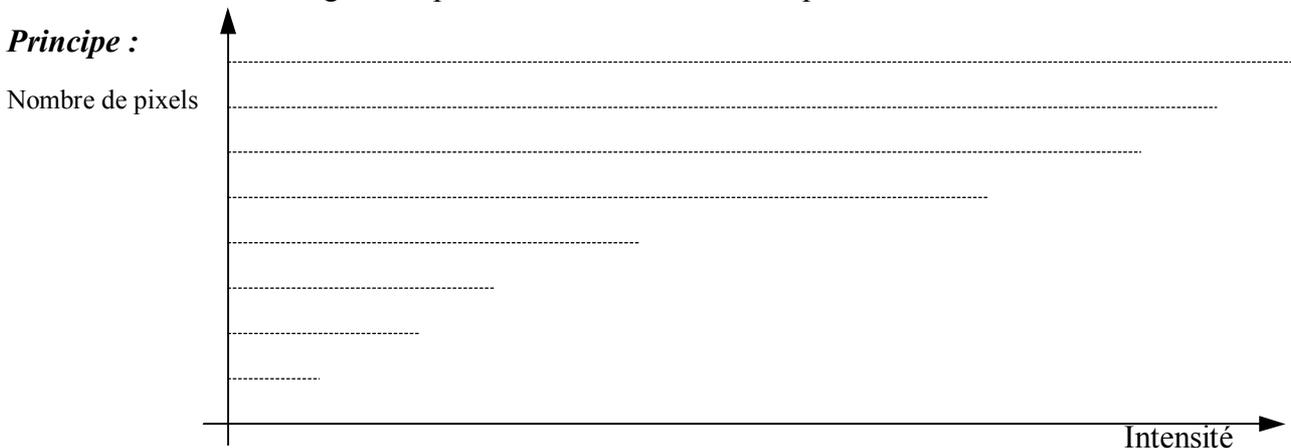
$$\text{Histocumul}(k) = \sum_{l < k} \text{Histo}(l)$$



4.3 Utilisation des histogrammes - Égalisation d'histogramme

But : à partir d'une image initiale I₁, fabriquer une nouvelle image I₂ dans laquelle tous les niveaux de gris compteront un même nombre de pixels.

Principe :



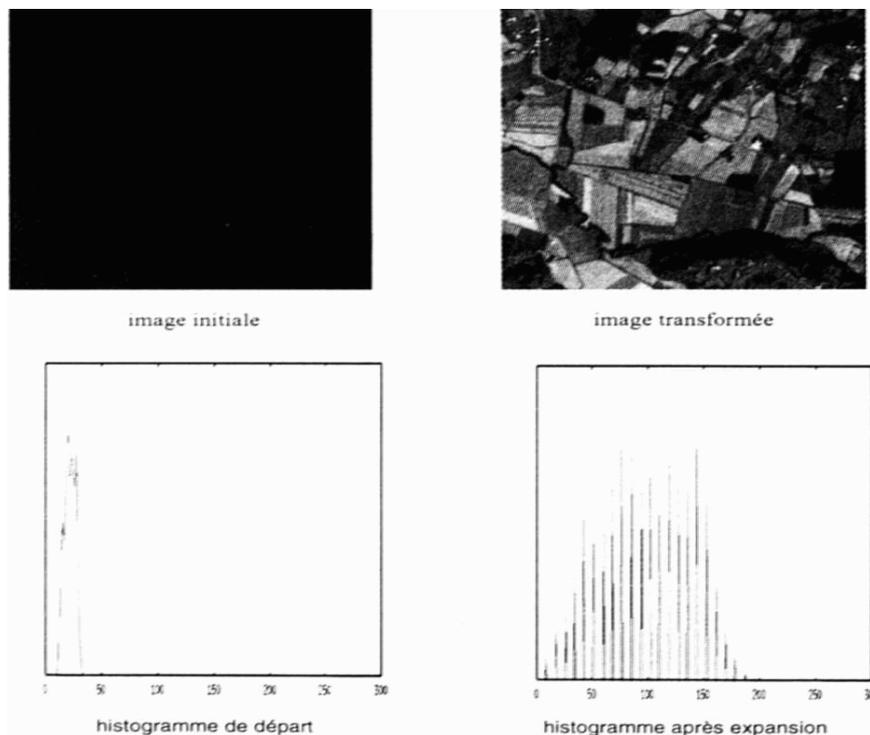
Résultats théorique :

Histogramme plat - Entropie maximale.

Version adaptative (prise en compte de l'état des pixels voisins).

Amélioration visualisation.

En pratique, il est impossible de réaliser une égalisation parfaite de l'histogramme d'une image.



4.4 Utilisation des histogrammes - Seuillage

L'histogramme permet également de mettre en évidence des régions (structures) particulières.

*Exemple : Objet gris sur une table blanche dans un environnement noir.
Histogramme par niveau de cette scène.*



Pour mettre en évidence l'objet :

$$\begin{array}{ll} \text{Si } T1 \leq f(i, j) \leq T2 & \text{alors } f_b(i, j) = 1 \\ \text{sinon} & f_b(i, j) = 0 \end{array}$$

⇒ **Reconnaissance des formes** (difficultés dans la reconnaissance des pics et des vallées).

Seuillage binaire :

Cette méthode de seuillage peut être envisagée si la structure étudiée est une région relativement isolée par rapport au fond. \Rightarrow Artéfacts générés : points non nécessairement voisins.

Cette méthode de seuillage n'est donc pas applicable sur des images bruitées.

Seuillage adaptatif :

Cette méthode sera préférée si les pics de l'histogramme ne sont pas séparables.

L'image est divisée en blocs, tels que chaque bloc soit suffisamment réduit pour que son histogramme présente des pics distincts séparés au niveau d'un seuil local. Le seuil en chaque point de l'image est la moyenne des seuils locaux pondérée par les distances entre ce point et les centres des blocs.

Seuillage multi-niveaux :

Le seuillage multi-niveaux peut être envisagé si les objets de l'image sont différenciables par leurs niveaux de gris. Les objets sont isolés en appliquant à l'image une table de correspondance (LUT). Chaque marche recouvre l'intervalle d'intensité caractérisant un objet et la hauteur des marches donne le nombre de niveaux de gris séparant les objets.

5) Les filtres morphologiques

Un seuillage binaire n'utilise que l'information apportée par l'intensité des pixels, les points extraits ne sont donc pas nécessairement voisins et peuvent former un ensemble qui ne respecte pas les caractéristiques morphologiques des tissus. Les opérations morphologiques conduisent à une suppression des régions de petite taille, et des excroissances et aspérités non vraisemblables.

5.1 Erosion

Soit une image binaire de n pixels constituant une forme F et un élément structurant S .

$$\text{EROSION} \Rightarrow F' = \{ x_i / Sx_i \subset F \}$$

Sx : élément structurant S centré sur x

L'érosion permet de supprimer les régions de dimensions réduites.

5.2 Dilatation

La dilatation est l'opération duale de l'érosion.

$$\text{DILATATION} \Rightarrow F' = \{ x_i / Sx_i \cap F \neq \emptyset \}$$

La dilatation augmente la surface de la forme considérée.

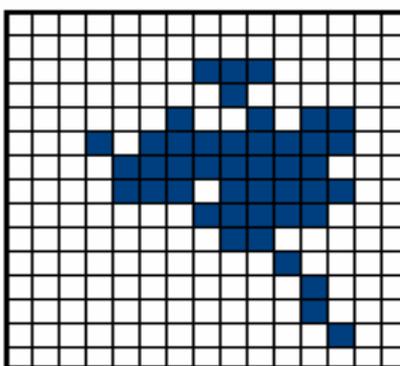
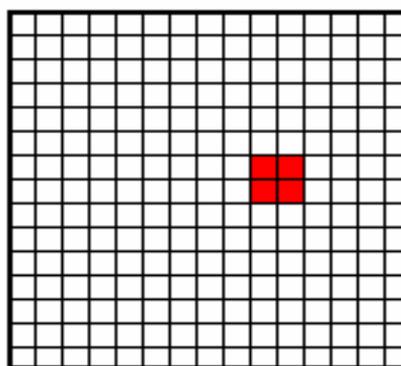
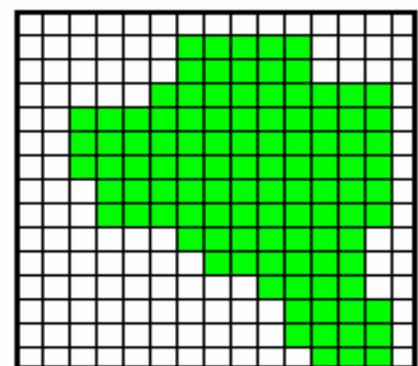


Image initiale



Erosion



Dilatation

5.3 Ouverture

Une ouverture est une érosion suivie d'une dilatation avec le même élément structurant.

⇒ une région constituée de deux blocs reliés par un pont de faible épaisseur est divisée en deux parties distinctes.

5.4 Fermeture

Une fermeture est une dilatation suivie d'une érosion avec le même élément structurant.

⇒ Remplissage des vides.

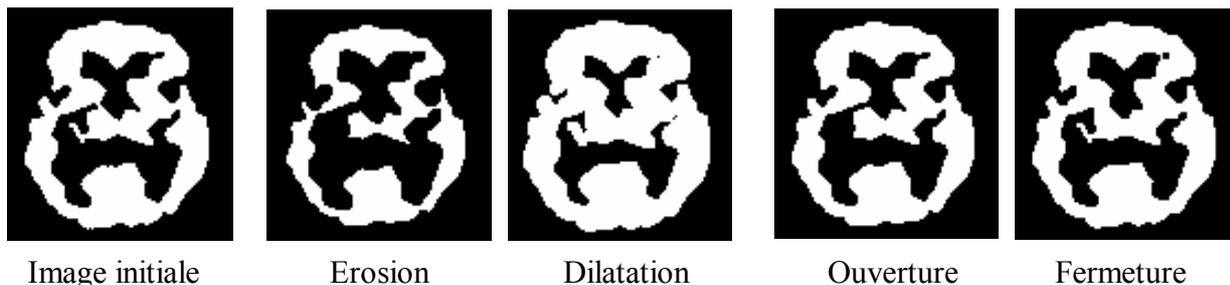


Image initiale

Erosion

Dilatation

Ouverture

Fermeture

6) Les opérations arithmétiques ponctuelles

6.1 Addition, soustraction, multiplication et division par une constante

$$R(i, j) = S(i, j) \begin{matrix} + \\ - \\ * \\ / \end{matrix} C$$

La mise à l'échelle correspond à une multiplication de l'image par une constante.

6.2 Log, Exp d'une image

$$R(i, j) = \log(S(i, j))$$

$$R(i, j) = \exp(S(i, j))$$

Ces opérations sont utiles pour la visualisation

Logarithme : mise en évidence des faibles intensités (apparaissent en noir sur fond blanc).

Exponentielle : mise en évidence des fortes intensités (en blanc).

6.3 La fonction Gamma

La fonction Gamma permet de renforcer certaines zones.

$$R(i, j) = \left(\frac{S(i, j) - I_1}{I_2 - I_1} \right)^\gamma * I_{\text{Max}}$$

6.4 La fonction statistique Zscore

$$R(i, j) = \frac{S(i, j) - \text{Moy}}{\sigma}$$

Moy : Valeur moyenne sur la région d'intérêt de l'image (voire du volume).

σ : Ecart-type sur la région d'intérêt de l'image (voire du volume).

Applications : Normalisation de l'image - Aide au diagnostic.

Zscore ou la renormalisation d'images : Exemple

Image source : PET crâne transverse.

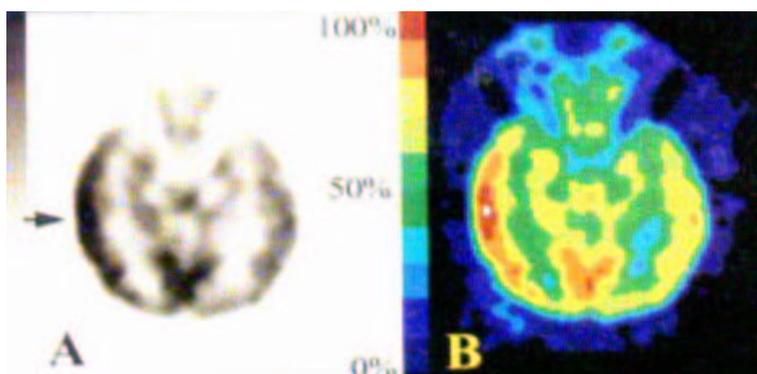


Image A : Image source Image B : Image sur 16 niveaux.

Détermination de la région d'intérêt :

Extraction du fond de l'image, des ventricules et de la matière blanche

⇒ Seuillage à 50% de la valeur max.

Images statistiques :

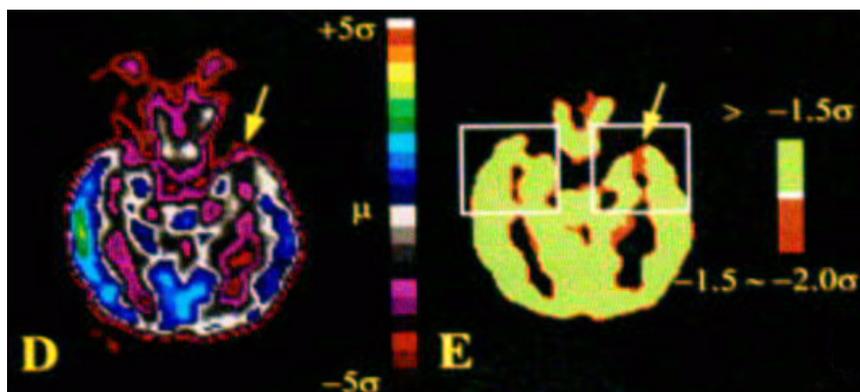


Image D : Image Zscore (chaque niveau de gris représente un écart-type de 0.5 (0=moyenne)).

Image E : Image Zscore avec $-2\sigma < \text{Zscore} < -1.5\sigma \Rightarrow$ Apparition de l'asymétrie.

6.5 Addition et soustraction d'images

$$R(i, j) = S_1(i, j) \pm S_2(i, j)$$

Exemple de soustraction : Angiographie

- Injection d'un produit de contraste qui augmente le coefficient d'atténuation aux rayons X dans les vaisseaux sanguins.
- Image après injection - Image avant injection = Image de visualisation des vaisseaux.

6.6 Multiplication d'images

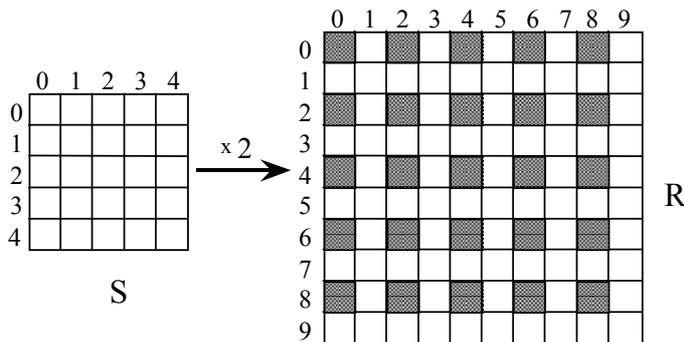
$$R(i, j) = S_1(i, j) * S_2(i, j)$$

Attention, ce n'est pas une multiplication de deux matrices

Exemple de multiplication : Masque - ROI (intérieur = 1 ; extérieur = 0)

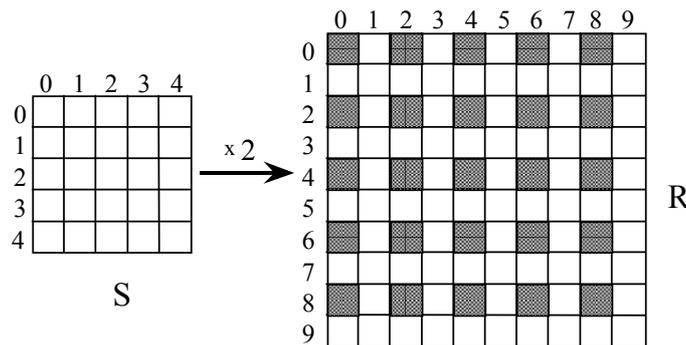
Image source * ROI \Rightarrow Image dont les pixels extérieurs à la ROI sont à 0.

6.7 Zoom répliqué



$$\begin{aligned} R(2i, 2j) &= S(i, j) \\ R(2i+1, 2j) &= S(i, j) \\ R(2i, 2j+1) &= S(i, j) \\ R(2i+1, 2j+1) &= S(i, j) \end{aligned}$$

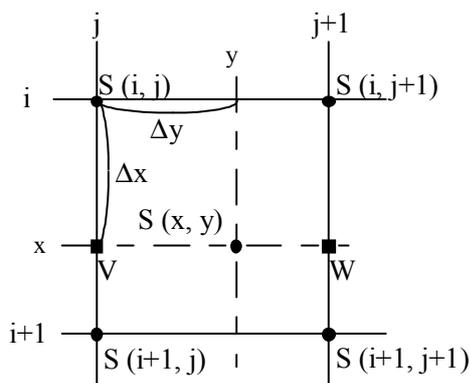
6.8 Zoom interpolé



$$\begin{aligned} R(2i, 2j) &= S(i, j) \\ R(2i+1, 2j) &= (S(i, j) + S(i+1, j)) / 2 \\ R(2i, 2j+1) &= (S(i, j) + S(i, j+1)) / 2 \\ R(2i+1, 2j+1) &= (S(i, j) + S(i+1, j) + S(i, j+1) + S(i+1, j+1)) / 4 \end{aligned}$$

6.9 Interpolation bilinéaire

Les intensités varient selon x et y de façon linéaire.



$$\begin{aligned} V &= S(i, j) + \Delta x (S(i+1, j) - S(i, j)) \\ &= (1 - \Delta x) S(i, j) + \Delta x S(i+1, j) \\ W &= (1 - \Delta x) S(i, j+1) + \Delta x S(i+1, j+1) \\ S(x, y) &= (1 - \Delta y) V + \Delta y W \\ &\Rightarrow \begin{vmatrix} (1 - \Delta x)(1 - \Delta y) & \Delta y(1 - \Delta x) \\ \Delta x(1 - \Delta y) & \Delta x \Delta y \end{vmatrix} \end{aligned}$$

7) Les transformations géométriques

7.1 Translation

$$\begin{aligned} x &= X + x' \\ y &= Y + y' \end{aligned}$$

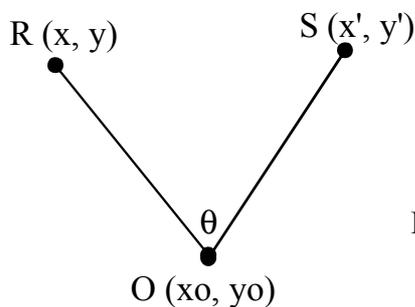
$$R(x, y) = S(x', y') = S(x-X, y-Y)$$

7.2 Mise à l'échelle spatiale

$$\begin{aligned} x &= \alpha x' \\ y &= \beta y' \end{aligned}$$

$$R(x, y) = S(x', y')$$

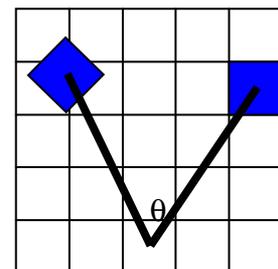
7.3 Rotation



$$\begin{vmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x' - x_0 \\ y' - y_0 \end{vmatrix}$$

$$R(x, y) = S(x', y')$$

Problème dans un espace discret



7.4 Transformation rigide

Les transformations rigides conservent la longueur et l'orientation d'un vecteur et se décomposent en translations et rotation

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + T$$

T : Vecteur de translation

M = M_x(a) M_y(b) M_z(c) Matrice de rotation

$$M_x(a) = \begin{pmatrix} \cos a & \sin a & 0 \\ -\sin a & \cos a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_y(b) = \begin{pmatrix} \cos b & 0 & -\sin b \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin b & 0 & \cos b \end{pmatrix}$$

$$M_z(c) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos c & \sin c \\ 0 & -\sin c & \cos c \end{pmatrix}$$

7.5 Transformation affine

Les transformations affines conservent le parallélisme et comprennent le changement d'échelle.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + T$$

7.6 Transformation courbe:

L'image d'une droite peut être une courbe.

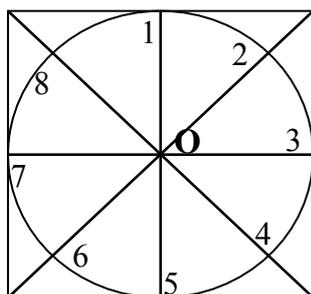
$$x' = a_{00} + a_{10}x + a_{01}y + a_{11}xy + a_{20}x^2 + a_{02}y^2 + \dots$$

$$y' = b_{00} + b_{10}x + b_{01}y + b_{11}xy + b_{20}x^2 + b_{02}y^2 + \dots$$

7.7 Passage en coordonnées polaires

Principe :

Chaque rayon de l'image source devient une ligne de l'image en coordonnées polaires.



Zone M*M source centrée en O (x₀, y₀).

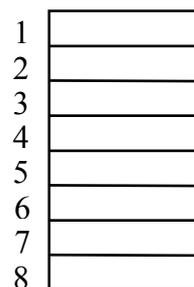


Image résultat du passage en coordonnées polaires.
360*(M/2)

Sur l'image source P (x, y) :

$$x = OP \cos(\theta) + x_0$$

$$y = OP \sin(\theta) + y_0$$

Sur l'image résultat P' (x', y') :

$$x' = OP$$

$$y' = \theta$$

Exemple :

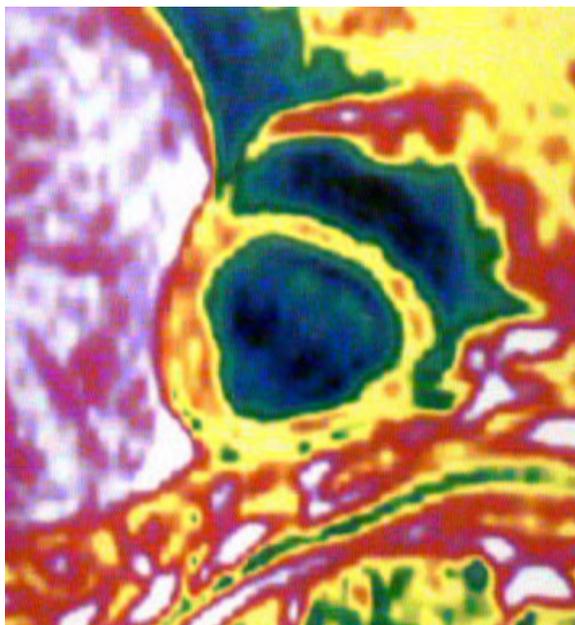


Image source
IRM cardiaque centrée sur le VG

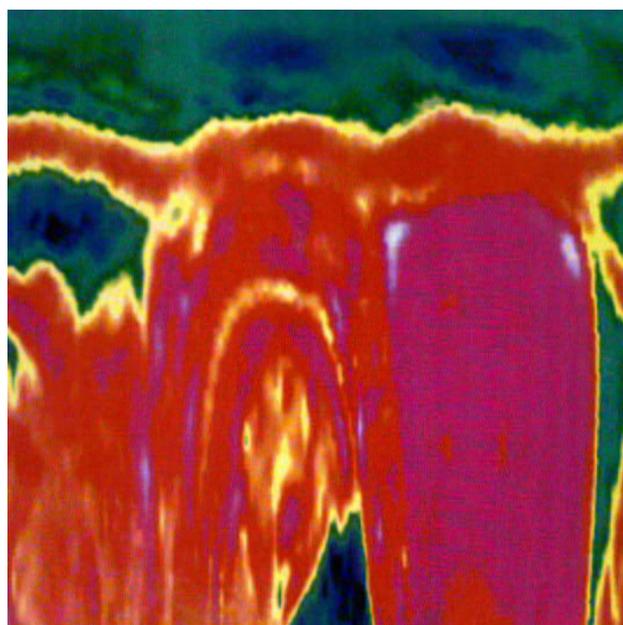


Image résultat
Passage en coordonnées polaires

8) Principe du filtrage linéaire

8.1 Filtre discret à réponse finie

$$R(k, l) = \sum_{i=-I}^I \sum_{j=-J}^J S(k+i, l+j) F(i, j)$$

Exemple de filtres 3*3 (I = J = 1) :

F(-1, -1)	F(-1, 0)	F(-1, 1)
F(0, -1)	F(0, 0)	F(0, 1)
F(1, -1)	F(1, 0)	F(1, 1)

$$R(k, l) = F(-1, -1) S(k-1, l-1) + F(-1, 0) S(k-1, l) + F(-1, 1) S(k-1, l+1) \\ + F(0, -1) S(k, l-1) + F(0, 0) S(k, l) + F(0, 1) S(k, l+1) \\ + F(1, -1) S(k+1, l-1) + F(1, 0) S(k+1, l) + F(1, 1) S(k+1, l+1)$$

- ⇒ Pour chaque pixel (k, l)
- superposition de F(0, 0) sur S(k, l),
 - produit des pixels superposés,
 - somme des produits.

CONVOLUEUR : carte réalisant cette opération.

9) Le lissage

9.1 Filtres passe-bas

But : Privilégier les fréquences faibles et moyennes, riches en informations utiles, et éliminer les fréquences élevées qui correspondent aux fluctuations statistiques.

$$1/16 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \quad 1/(8+x) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad 1/(4+x) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & x & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

si x diminue le degré de filtrage augmente.

Augmentation de la taille du filtre :

- augmentation du degré de lissage,
- augmentation de la dégradation des contours.

⇒ **Diminution du bruit dégradant l'image, mais également dégradation des contours.**

Exemple :



9.2 Filtre adaptatif - Filtre gradient inverse

Filtre adapté au caractère non-stationnaire de l'image (paramètres fonctions du contexte).

$$R(i, j) = \sum_k \sum_l F(k, l) S(i+k, j+l)$$

avec $k, l \in [-\text{Partie entière}(N/2), +\text{Partie entière de}(N/2)]$, N : taille de la fenêtre de filtrage.

$$\text{Si } k=l=0 \text{ alors } F(0, 0) = 1/2$$

$$\text{sinon } F(k, l) = \frac{\Delta(k, l)}{2 \sum_k \sum_l \Delta(k, l)} \quad \text{avec } \Delta(0, 0) = 2$$

$$\Delta(k, l) = \frac{1}{S(i+k, j+l) - S(i, j)}$$

- Si le point central (i, j) de la fenêtre se trouve à proximité d'un contour, les points se trouvant dans la même région que (i, j) seront pondérés par des coefficients plus grands que ceux situés à l'extérieur de cette région.
- A l'intérieur d'une région, les coefficients de pondération sont élevés, augmentant l'effet de moyennage et donc la réduction de granularité.

⇒ **Filtre complexe, coûteux en temps, adapté à la restauration d'images.**

9.3 Filtre d'ordre

Soit une fenêtre rectangulaire s de taille $L = (2M+1)*(2N+1)$ centrée sur le pixel $[i, j]$ de l'image S .

- Tri des éléments de s par ordre croissant,
- Sortie définie comme une fonction des statistiques d'ordre.

➤ **filtre adapté à la réduction de bruit blanc.**

L-filtre

$$R(i, j) = \sum_{k=1}^L c_k S_{(k)} \quad \text{avec } \sum_{k=1}^L c_k = 1$$



L-filtres fréquemment utilisés : Filtre médian - Filtre à moyenne tronquée.

Filtre de rang

$$R(i, j) = s(r) \quad 1 \leq r \leq L \quad r \text{ fixé}$$

Filtres de rang fréquemment utilisés : Filtre Max ($r=L$) - Filtre Min ($r=1$).

M-Filtre

$$R(i, j) = \text{Min}_t \sum_{k=1}^L \varphi(t - s_k) \quad \text{avec}$$

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= -bt - b^2/2 & \text{si } t < -b \\ \varphi(t) &= t^2/2 & \text{si } |t| \leq b \text{ et } t=s_i \text{ } i=1 \text{ à } L \text{ sauf } k \\ \varphi(t) &= bt - b^2/2 & \text{si } t > b \end{aligned}$$

Dans l'intervalle $[-b, b]$ le filtre se comporte comme un moyennageur, sinon il agit comme un médian.

Filtre médian

$$R(i, j) = \text{valeur médiane du voisinage de } S(i, j)$$

Valeur médiane = autant de valeurs supérieures que de valeurs inférieures dans fenêtre de lissage

Le filtre médian est basé sur l'étude de l'histogramme de la fenêtre de lissage (riche en informations concernant le bruit et la localisation des contours). La taille de la fenêtre est une valeur impaire ≥ 3 .

$R(i, j)$ = valeur médiane de l'histogramme de la fenêtre de travail centrée sur (i, j)

C'est à dire la valeur y telle que
$$\sum_{x=x_{\min}}^y p(x) \leq 0,5$$

Avec $p(x)$: densité de probabilité du niveau de gris x dans la fenêtre.
 x_{\min} : minimum des niveaux de gris de la fenêtre.

Après ordonnancement par ordre de probabilité croissante des niveaux de gris de la fenêtre, y prend la valeur dont le rang est le milieu du tableau.

alors $c_k = 1$ si $k = (L+1) / 2$ et $c_k = 0$ ailleurs

⇒ **Le filtre médian élimine les points aberrants et dégrade peu les contours.**

Algorithme :

1- Calcul de l'histogramme et de la valeur médiane (md) sur la première fenêtre de la ligne i .
 Inf = nombre de pixels d'amplitude inférieure à md .

2- Déplacement d'un pixel vers la droite de la fenêtre :

a	b	c	c'
d	e	f	f'
g	h	i	i'

Mise à jour de l'histogramme :

hist(a) = hist(a) - 1	hist(d) = hist(d) - 1	hist(g) = hist(g) - 1
hist(c') = hist(c') + 1	hist(f) = hist(f) + 1	hist(i') = hist(i') + 1

Mise à jour de inf :

si $a < md$	$inf = inf - 1$	idem pour d et g
si $c' < md$	$inf = inf + 1$	idem pour f' et i'.

3- Valeur médiane de la nouvelle fenêtre : $th = (sw*sw) / 2$
 si $inf > th$ tant que $inf > th$ $md = md - 1$ et $inf = inf - hist(md)$
 si $inf \leq th$ tant que $(inf + hist(md)) \leq th$ $inf = inf + hist(md)$ et $md = md + 1$

Filtre max/médian

Etape 1 : Filtres médians 1D agissant dans les directions horizontale, verticale et diagonales.

Etape 2 : Sélection du maximum des valeurs précédemment obtenues.

⇒ **Conservation des structures de taille réduite. Effet de lissage plus faible.**

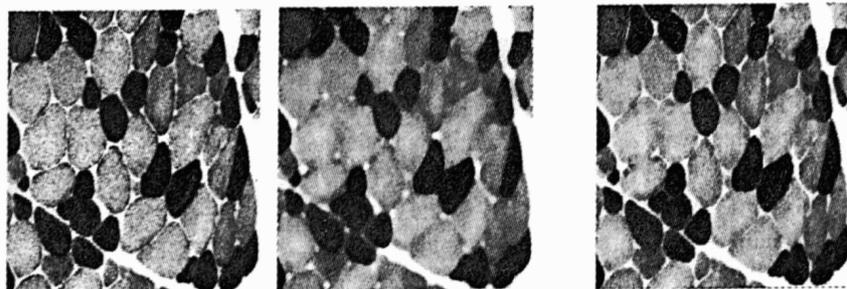


Image initiale

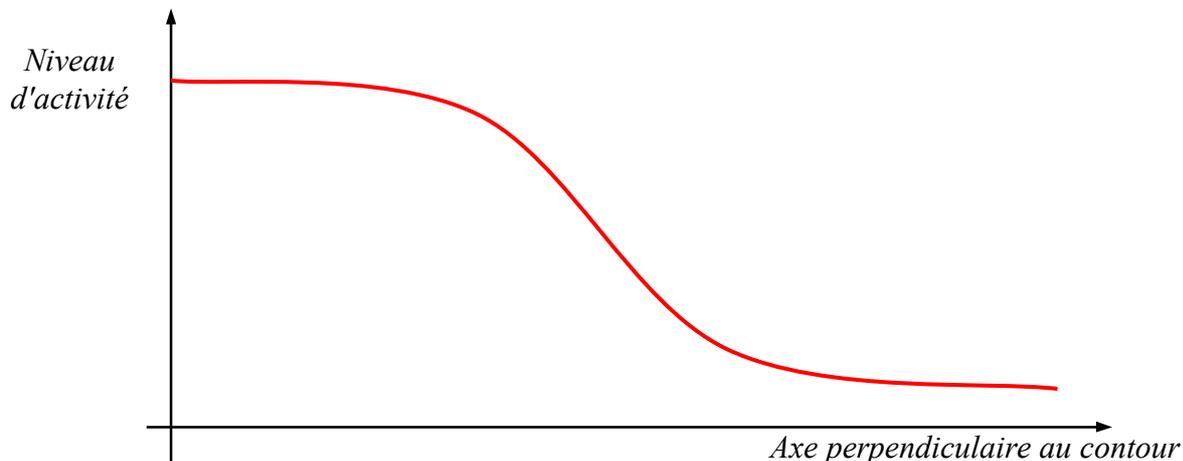
Filtrage médian

Filtrage max/médian

10) La détection des contours

10.1 Principe

Un contour parfait peut être défini comme une variation "rapide" du niveau d'activité. En réalité cette variation est relativement lente et additionnée de bruit.



Le point milieu de la rampe sera considéré comme point contour.

Les méthodes les plus courantes de détection des contours sont:

- le seuillage,
- les différenciations (dérivées première et seconde),
- la méthode de Frei et Chen.

.....

10.2 Dérivateur - Gradient

Le gradient correspond à la dérivée première.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Approximation discrète

à droite : $f'(k) = f(k+1) - f(k)$

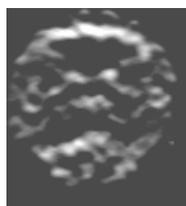
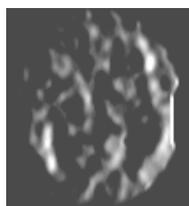
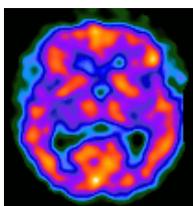
à gauche : $f'(k) = f(k) - f(k-1)$

moyenne : $f'(k) = (f(k+1) - f(k-1)) / 2 \Rightarrow$ convolution par $[-1, 0, 1]$

⇒ Les points contours correspondent aux pixels dont les valeurs absolues de gradient sont maximales.

Extension 2D

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -c & 0 & c \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} -1 & -c & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & c & 1 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} c & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -c \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 0 & -1 & -c \\ 1 & 0 & -1 \\ c & 1 & 0 \end{vmatrix}$$



avec : **Prewitt** $c = 1$
Sobel $c = 2$
Hummel $c = \sqrt{2}$

10.3 Dérivateur - Laplacien :

Le laplacien correspond à la dérivées seconde.

$$f''(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Approximation discrète

$$f'(k) = f(k+1) - f(k)$$

Approximation à gauche : $f'(k) = f(k+1) - 2f(k) + f(k-1)$

\Rightarrow convolution par $[1, -2, 1]$ ou $[-1, 2, -1]$

\Rightarrow Les points contours correspondent aux pixels de valeurs 0 entre une valeur minimale et une valeur maximale.

Extension 2D

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -4 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

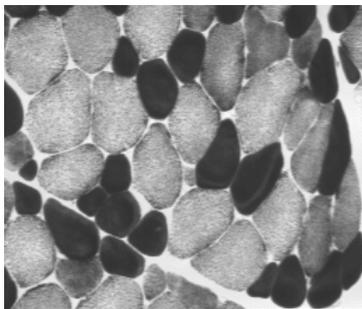
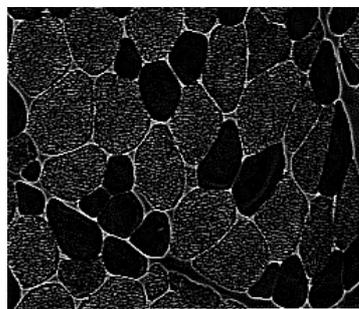
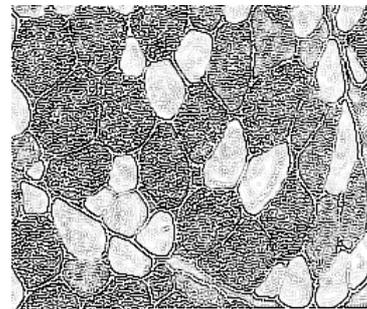


Image initiale



Dérivateur Gradient



Dérivateur Laplacien

10.4 Filtre optimal de Deriche

Le filtre de DERICHE est constitué d'un filtre de lissage suivi d'un gradient.

Lissage

Expression du filtre séparable de lissage :

$$f(x, y) = b^2(\alpha|x|+1) \exp^{-\alpha|x|} (\alpha|y|+1) \exp^{-\alpha|y|} \quad -a \leq x \leq a \quad \text{et} \quad -b \leq y \leq b \quad b = \alpha/4$$

Si l'image est notée A, l'image lissée aura pour expression : $R(i, j) = A * f(x, y)$

Gradient

$$\frac{\partial R}{\partial x}(i, j) = R_x(i, j) = A * \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$$

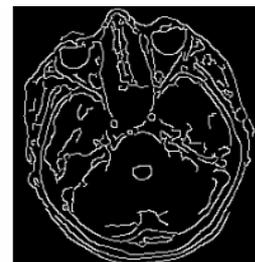
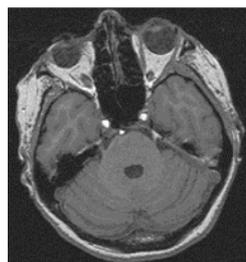
Les opérateurs de dérivation suivant x et y sont de la forme :

$$f_x(x, y) = \eta x \exp^{-\alpha|x|} (\alpha|y|+1) \exp^{-\alpha|y|}$$

$$f_y(x, y) = \eta y \exp^{-\alpha|y|} (\alpha|x|+1) \exp^{-\alpha|x|} \quad \eta : \text{constante de normalisation (souvent } \eta = -\alpha^3/4)$$

L'image de la dérivée directionnelle peut s'écrire $R_x(i, j) = (A * h(x)) * f(y)$. La dérivée directionnelle selon x est le résultat d'un lissage suivant la direction y, suivi par une dérivation suivant x.

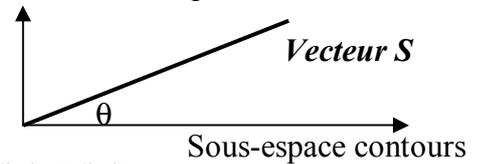
\Rightarrow Résultat fonction du paramètre α (plus α grand, plus de contours détectés)



10.5 Méthode de Frei et Chen

Soit S une fenêtre de taille 3*3 de l'image source. Soient T₁,...,T₉ neuf masques de taille 3*3, formant une base orthonormée. Si n d'entre eux T₁,...,T_n constituent un sous-espace orthonormé définissant des contours, l'angle de projection sur le sous-espace contour est donné par :

$$\theta = \arccos \left(\frac{\sum_{i=1}^n (S, T_i)^2}{\sum_{i=1}^9 (S, T_i)^2} \right)$$



où (S,T) est le produit de S et T, tel que $(S,T) = \sum \sum S(i, j) T(i, j)$

Le numérateur représente la norme du vecteur S projeté sur le sous-espace contour.

Si θ est petit, le pixel central peut être considéré comme point contour.

P sera point contour si : $\frac{\sum_{i=1}^n (S, T_i)^2}{(S,S)}$ est supérieur à un seuil de validité.

Attention en imagerie médicale : (S,S) petit correspond au fond de l'image, donc (S,S) > seuil.

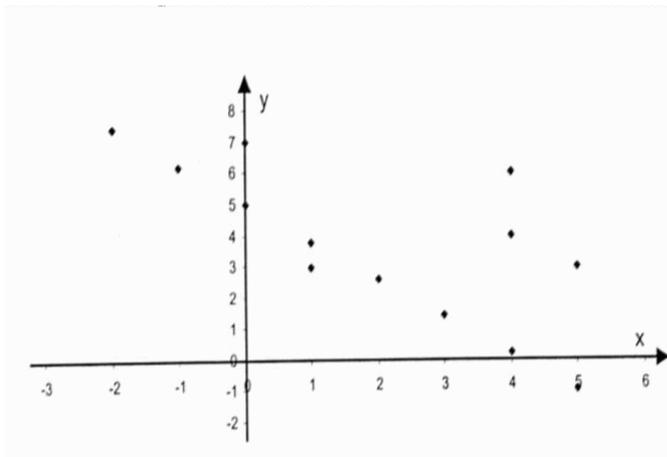
11) La détection d'objets

Objet : droite, cercle, ellipse...

Transformée de Hough

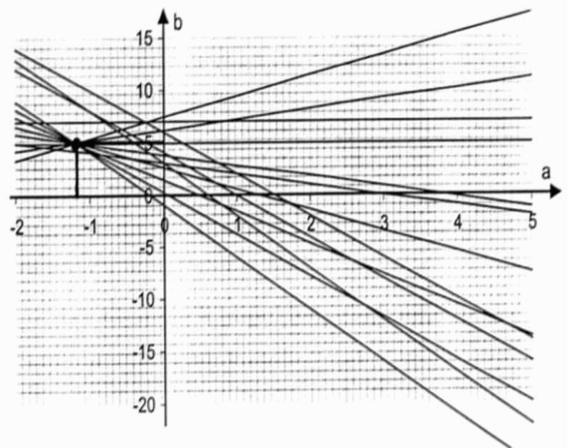
- 1 - Modélisation mathématique de l'objet recherché : définition d'un nombre connu de paramètres.
- 2 - Pour chaque point de l'espace image, détermination de tous les ensembles possibles de paramètres caractérisant l'objet recherché.

Exemple : Détection d'une droite $y = ax + b$ (a et b paramètres à définir)



(a) Espace image

8 points appartiennent à la droite $y = -1,2x + 5$
5 points correspondent à du bruit



(b) Espace des paramètres

1 droite par point

L'intersection de plusieurs droites dans l'espace des paramètres correspond aux paramètres d'une droite passant par plusieurs points de l'espace image

12) La segmentation

La segmentation est l'étape préliminaire pour de nombreux traitements d'images tels que l'analyse (quantification, calcul de paramètres), l'interprétation, le recalage...

12.1 Introduction

But de la segmentation

La segmentation permet de représenter une image sous la forme d'une mosaïque de régions homogènes adjacentes. L'activité à l'intérieur d'une région doit être homogène (texture).

L'image **A** sera partitionnée en sous-ensembles **R_i**, appelés régions, tels que :

$$\forall i \quad R_i = \emptyset \quad - \quad \forall i, j \quad i \neq j \quad R_i \cap R_j = \emptyset \quad - \quad A = \bigcup_i R_i$$

Méthodes de segmentation :

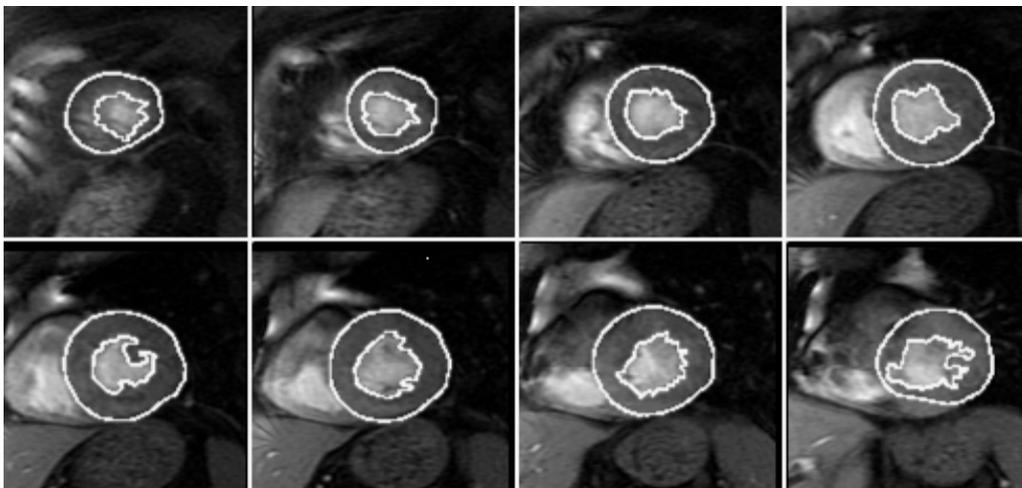
Les méthodes de segmentation peuvent se diviser en deux grandes classes.

- **Segmentation par tests d'homogénéité de région.**
- **Segmentation par détection de contours.**

⇒ **Pas de méthode universelle de segmentation.**

Le choix d'une méthode est liée :

- à la nature de l'image (bruit, contours flous, texture...),
- aux opérations situées en aval de la segmentation (mesure, interprétation, contrôle qualité),
- aux primitives à extraire (contours, régions),
- aux contraintes d'exploitation (fonctionnement en temps réel, taille mémoire disponible).



Contours endocardiques et épicaudiques sur une séquence multicoupe d'IRM cardiaque

12.2 Segmentation par test d'homogénéité de région :

Principe

- Établir des liens entre les pixels selon le degré de similitude entre leurs activités.
- Les pixels seront reliés entre eux par l'intermédiaire d'un ensemble de pixels connexes.

Méthodes

- **Segmentation par histogramme,**
- **Segmentation par croissance des régions,**
- **Segmentation "Split and Merge".**

Segmentation par histogramme

La segmentation par histogramme consiste à déterminer les vallées de l'histogramme et à intégrer un pixel dans une classe si son amplitude est comprise entre les deux seuils correspondant à deux vallées successives.

⇒ La précision de la segmentation dépend de l'aptitude des seuils à définir des régions spatialement homogènes (images simples contenant peu d'objets largement distincts dans leur texture et dans l'espace).

Méthodes de calcul des seuils : - méthode d'OTSU (microscopie ionique),
- méthode entropique,
- méthode itérative (1^{ère} segmentation par histogramme de l'image, puis chacune des classes est étudiée séparément par histogramme).

Segmentation par croissance des régions

- Choix d'un pixel ou d'un ensemble de pixels connexes dont l'activité peut être caractérisée par une fonction plus ou moins élaborée.
- Un pixel voisin de cette région est inclus dans celle-ci si son activité est suffisamment proche de celle de la région.
- La fonction représentant la "texture" de la région est remise à jour.
- Le processus de croissance est itéré pour tous les pixels voisins de la région étudiée et non encore classés.
- Le contour de la région est formé par l'ensemble ordonné des points connexes (4-connexes ou 8-connexes) qui l'entourent.
- La segmentation est terminée lorsque tous les points appartiennent soit à une région, soit à un contour.

⇒ **Segmentation fonction de la position du premier point et du critère d'acceptation.**

Détermination de la position du point de départ du processus de croissance et du critère d'acceptation :

- La position du point de départ du processus de croissance peut correspondre à un pic de l'histogramme.
- Critère d'acceptation : méthode de KOCHER :
 - 1- le point de départ du processus de croissance correspond au premier pixel rencontré lors d'un balayage de l'image et n'appartenant pas à une région.
 - 2- dans le sens des aiguilles d'une montre, étude de tous les points de connexité-8 extérieurs à la région étudiée R_i .
 - 3- le point $A(i,j)$ est inséré à la région R_i si :

$$A(i, j) \in [\text{Min}\{R_i\}, \text{Max}\{R_i\}]$$

$$A(i, j) > \text{Max}\{R_i\} \text{ et } A(i, j) - \text{Min}\{R_i\} < \text{INT} \quad \text{alors} \quad \text{Max}\{R_i\} = A(i, j)$$

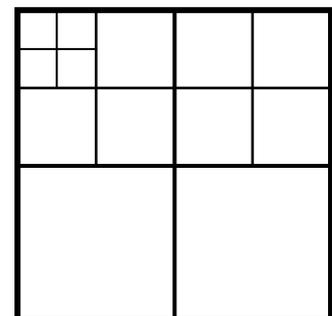
$$A(i, j) < \text{Min}\{R_i\} \text{ et } \text{Max}\{R_i\} - A(i, j) < \text{INT} \quad \text{alors} \quad \text{Min}\{R_i\} = A(i, j)$$

INT : critère d'acceptation.

Segmentation adaptative "Split and merge"

- Division itérative de l'image source en un ensemble de carrés dont la taille est fixée par une correspondance optimale entre l'approximation du signal et l'original.
- Fusion de toute paire de régions adjacentes homogènes d'un même espace régulier.

⇒ **Frontières en forme de marches d'escalier.**



12.3 Segmentation par détection des contours

La segmentation par détection des contours est basée sur la recherche directe de la position des frontières en étudiant la non stationnarité du signal d'activité.

Descriptif du processus

- *Pré traitement* : Filtrage afin d'augmenter l'immunité de l'algorithme au bruit.
Réduction de la composante de granularité tout en conservant les contours.
- *Détection locale des points contour par un filtre passe-haut*.
Le signal résultat présente des maximums aux endroits correspondant aux contours. Un seuillage permet de définir ces points contour.
- *Amincissement* : Permet d'obtenir une description fine de la position des frontières.
Solution 1 : Opération fonction de l'amplitude et de l'orientation du contour en chaque point contour précédemment défini.
Solution 2 : Squelettisation morphologique.
- *Suivi et fermeture des chaînes contour* :
Etablit une notion de connexité entre les points d'un même contour en suivant les portions de frontières existantes et en les complétant pour réaliser la fermeture des régions.
 - Fermeture basée sur le calcul de la valeur de contraste local en chaque point candidat à la segmentation finale. Organisation arborescente des points candidats à la fermeture.
 - Utilisation des réseaux de neurones.

Contraste local associé à un point contour P_n

Les trois points contour P_n , P_{n-1} (prédécesseur de P_n) et P_{n+1} (successeur de P_n) séparent une fenêtre de taille 3×3 en 2 régions :

$$C(P_n) = \left| \frac{1}{N_1} \sum P_1(i) - \frac{1}{N_2} \sum P_2(i) \right|$$

N_1 (resp. N_2) : Nombre de points de la région 1 (resp. 2).

P_{n-1}	$P_1(1)$	$P_1(2)$
$P_2(1)$	P_n	P_{n+1}
$P_2(2)$	$P_2(3)$	$P_2(4)$

Amincissement morphologique

Soit un élément structurant S formé de 2 parties disjointes, notées S^0 et S^1 .

Soit S_x^0 (resp. S_x^1) le translaté de S^0 (resp. S^1) par x .

$X \otimes S$: Ensemble des pixels x pour lesquels S translaté par x vérifie : $\forall x_1 \in S_x^1, x_1 \in X$
 $\forall x_0 \in S_x^0, x_0 \notin X$

Amincissement de X par S : $X \circ S = X \setminus X \otimes S$

Consiste à supprimer d'un ensemble X l'ensemble $X \otimes S$.

En fait tout pixel ayant une configuration donnée, définie par l'élément structurant, est éliminé de X .

Exemple d'éléments structurants :
 $L : \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ * & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$ $E : \begin{matrix} * & * & * \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$

Les pixels appartenant à S^0 sont notés 0, ceux appartenant à S^1 sont notés 1, les * sont des pixels qui ne sont pas pris en compte.

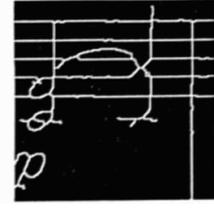
L'amincissement itéré avec l'élément structurant L , dans toutes les directions (8 directions $\pi/4$) jusqu'à stabilisation conduit au squelette de l'image. Le squelette est sensible au bruit (irrégularités des formes), il est souvent suivi d'un ébarbulage, qui consiste en un amincissement du squelette, itéré dans toutes les directions, avec l'élément structurant E .



Image originale



Amincissement avec l'élément S

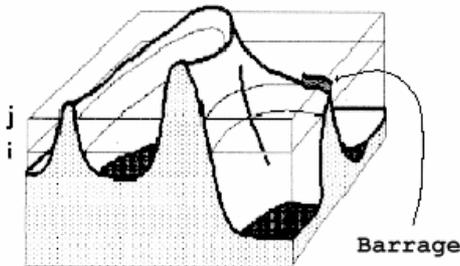


Squelette

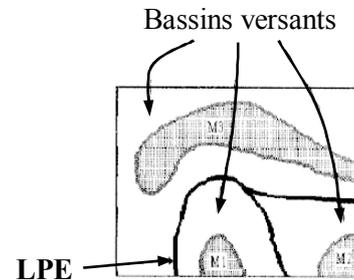
Ligne de partage des eaux

La ligne de partage des eaux constitue un outil de segmentation qui appartient à la morphologie mathématique. En effet, la morphologie mathématique peut s'appliquer aux images en niveaux de gris. L'érosion par un élément structurant S consiste alors à effectuer l'"*inf*" sur le voisinage défini par S.

La ligne de partage des eaux trouve ses origines en topographie qui la définit comme la crête qui forme la limite entre deux bassins versants. Considérons l'image comme une surface dans l'espace de dimension 3D :



Inondation et construction d'un barrage



Vue du dessus

La ligne de partage des eaux s'obtient par amincissement morphologique effectué avec l'élément structurant L (et ses rotations) itéré jusqu'à stabilisation.

Amincissement avec L :

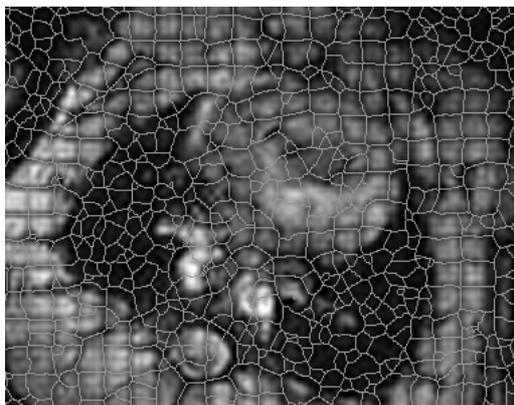
Le niveau de gris $A[i,j]$ est remplacé par A_1 si :

$$A_1 < A[i,j] \leq A_2 \quad \text{avec} \quad A_1 = \max \{ A[i-1,j-1], A[i-1,j], A[i-1,j+1] \}$$

$$A_2 = \min \{ A[i+1,j-1], A[i+1,j], A[i+1,j+1] \}$$

L'amincissement effectué dans toutes les directions (8) abaisse donc les niveaux de gris des pixels situés sur le flanc des pics, sans toucher aux sommets, ni aux vallées. En itérant jusqu'à stabilisation, les lignes de crêtes ont gardé leurs niveaux de gris d'origine et entourent des régions dont le niveau de gris est uniforme et égal au niveau de gris le plus bas de la région. Un simple seuillage suffit alors à extraire la ligne de partage des eaux.

Ce traitement est particulièrement adapté pour séparer des objets très proches, pour lesquels la frontière ne se manifeste que par quelques niveaux de gris de différence par rapport aux objets



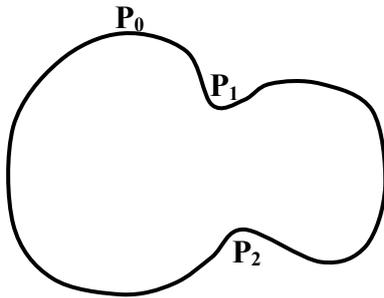
Exemple de l'IRM marquée.

Etapes de traitement :

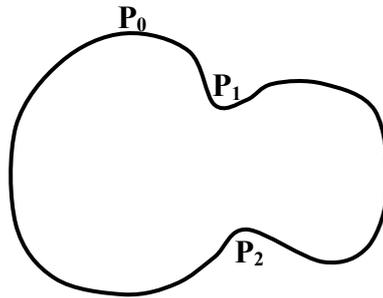
- Inversion des niveaux de gris (négatif).
- Pré-traitements.
- Segmentation par LPE
- Post-traitements.

12.4 Notion de R.O.I.

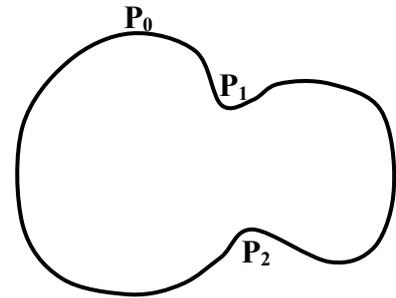
Remplissage d'une région



A partir de P_0 de haut en bas



A partir de P_1 de bas en haut



A partir de P_2 de haut en bas

Une pile mémorise les caractéristiques des points qui constituent la frontière entre la partie déjà explorée et la partie qui reste à explorer.

13) Le suivi d'un contour en mouvement

Le suivi d'un contour en mouvement (les parois myocardiques par exemple) peut se faire grâce à un modèle de contours actifs également appelé **Snakes**.

Initialisation

Il est tout d'abord nécessaire de définir une courbe (fermée ou non) approximative située à proximité du contour recherché. Cette courbe pourra être déterminée par :

- ↳ Segmentation manuelle.
- ↳ Définition de quelques points de repère pouvant être reliés par :
 - une fonction de type spline (modèle continu).
 - une fonction polygonale (modèle discret) dont l'évolution s'effectue dans le support discret de l'image.

La courbe C sera représentée selon les notations suivantes :

$$C = \{ v(s,t) = (x(s,t), y(s,t)) ; s \in [a,b] \text{ et } t \in [0,T] \}$$

où a et b désignent les extrémités (fixes, mobiles, confondues ou non) du contour, s désigne l'abscisse curviligne le long du contour, t désigne la variable temporelle, $v(s,t)$ désigne le point courant.

Evolution du contour

L'évolution du contour se fait selon un processus itératif de déformation contrôlé par un test de convergence. Une énergie $E(C)$ est mesurée sur chaque courbe C durant son évolution en fonction de t . L'objectif visé est de rechercher la position de la courbe qui minimise cette énergie traduisant ainsi une adéquation entre la forme de la courbe et la fonction image au voisinage de cette courbe.

$$E(C) = E_{interne}(C) + E_{externe}(C) + E_{image}(C)$$

L'énergie interne assure au contour une certaine continuité (étendue aux dérivées) réduisant au mieux la présence d'oscillations et permettant d'atténuer les effets du bruit. L'expression suivante est très souvent utilisée :

$$E_{interne}(v(s)) = \frac{1}{2} \cdot [\alpha(s) \cdot |v_s(s)|^2 + \beta(s) \cdot |v_{ss}(s)|^2]$$

Où $v_s(s)$ et $v_{ss}(s)$ sont les dérivées 1^{ère} et 2^{nde} de la courbe v (par rapport à s).

Les coefficients $\alpha(s)$ et $\beta(s)$ contrôlent respectivement la raideur et l'élasticité de la courbe. En général, on les prend constants, mais il peut être intéressant de les rendre localement adaptatifs.

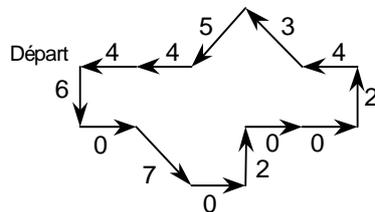
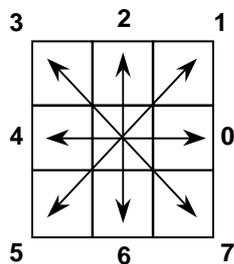
L'énergie externe sert à introduire par l'intermédiaire de l'utilisateur des informations de haut niveau pouvant être associées à la présence de frontières préalablement détectées (contraintes) ou de points de contrôle (points de passage obligé).

L'énergie image fait intervenir les caractéristiques images à mettre en valeur. Dans le cas précis où l'on cherche à mettre en valeur les zones de fort contraste, la formulation de l'énergie image sera basée sur le calcul de gradient.

14) La description d'un contour

14.1 Méthode de description exacte - Code de FREEMAN

- Description de la position du premier point du contour.
- Définition d'un sens de parcours du contour.
- Codage de l'orientation de chaque segment de droite constituant le contour.



Description :

- Coordonnées du point de départ.
- Sens trigonométrique.
- 6 0 7 0 2 0 0 2 4 3 5 4 4
- Codage sur 3 bits

⇒ Description coûteuse, proportionnelle au nombre de points contour.

Améliorations :

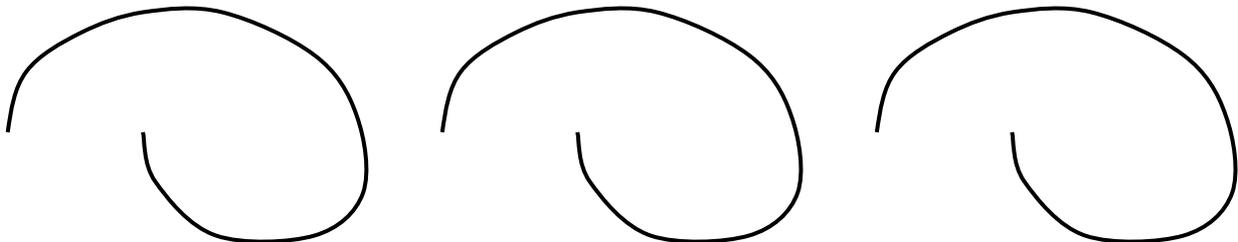
Afin de diminuer le coût de codage, il est possible d'utiliser des codes différentiels à longueur variable, excepté pour le premier point du contour et le premier segment. Un code différentiel correspond à la différence entre deux codes de FREEMAN consécutifs et traduit donc le changement d'orientation.

Exemple : 6 2 -1 1 2 -2 0 2 2 -1 2 -1 0

Autre amélioration, un codage statistique (de type Huffman) des codes différentiels va permettre de coder sur un nombre de bits réduit les symboles les plus probables et sur des structures plus longues, les symboles les moins fréquents.

14.2 Méthodes de description approximatives

Approximation par segments de droite



- 1 C : Point le plus éloigné du segment [AB].
Si distance de C à [AB] > Seuil prédéfini Joindre AC et BC.
- 2-3 Procédure itérée jusqu'à ce que les distances deviennent inférieures au seuil fixé.

Approximation par polynômes

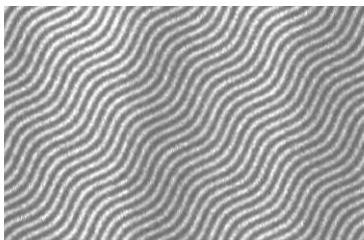
Le principe de cette approximation est identique à celle par segments de droite. A chaque itération les coefficients du polynôme d'ordre défini par l'utilisateur sont calculés.

15) La texture

15.1 Introduction

La texture se décrit en termes linguistiques tels que la rugosité, le contraste, la finesse, la régularité, etc... Une texture présente, à une échelle donnée, le même aspect quelle que soit la zone observée. Les textures peuvent être classées en deux grands groupes : les textures déterministes et les textures stochastiques.

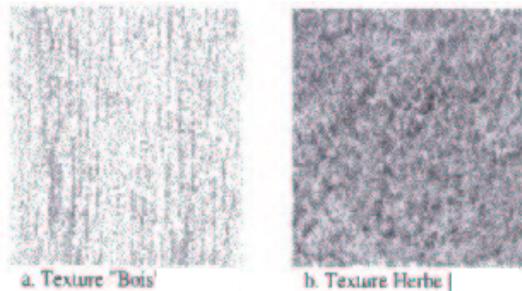
Texture déterministe



La texture apparaît comme la répartition spatiale régulière d'un unique motif géométrique appelé *texton*

La description du motif élémentaire, les dimensions du réseau et son orientation suffisent alors à décrire complètement la texture. Néanmoins, il est à noter que ce genre de texture se rencontre rarement dans la réalité.

Texture stochastique



Lorsque les motifs et les répétitions d'une texture sont totalement aléatoires, la texture est dite stochastique. On peut alors considérer la texture comme **la réalisation d'un champ aléatoire bidimensionnel**.

L'étude statistique des niveaux de gris des pixels de l'image ou les paramètres du modèle stochastique obtenus à partir d'une réalisation fourniront les caractéristiques de la texture.

But de la caractérisation de texture

L'étude de la texture des objets d'une image peut avoir des objectifs très divers : classification d'une région par rapport à des classes apprises, reconnaissance d'objet, fusion de régions sur des critères de similarités... Ces objectifs nécessitent le choix d'un ou de plusieurs paramètres caractéristiques de la texture étudiée, et généralement nommés **attributs texturaux**.

15.2 Attributs stochastiques

Ici l'image est considérée comme un processus aléatoire discret noté $A[s]$.

Moyenne ou espérance : $\mu[s] = E\{A[s]\} = \sum_i p_i a_i$ avec p_i la probabilité $P(A[s]=a_i)$.

Moment d'ordre k : $E\{A^k[s]\} = \sum_i p_i a_i^k$

Moment centré d'ordre k : $\mu_k(s) = E\{(A[s] - \mu[s])^k\}$

Autocorrélation : $R[s_1, s_2] = E\{A[s_1] \cdot A[s_2]\}$

15.3 Moments d'espace d'une région

Soit R une région de K pixels.

Moment d'espace du premier ordre ou moyenne :
$$m_1 = \frac{1}{K} \sum_{s \in R} A[s]$$

Les images qui ont une moyenne plus élevée apparaissent plus claires.

Moment d'espace centré du second ordre ou variance :
$$m_2 = \frac{1}{K} \sum_{s \in R} (A[s] - m_1)^2$$

Plus la variance est élevée et plus il y a d'écart entre les valeurs et la moyenne.

Moment d'espace centré d'ordre k :
$$m_k = \frac{1}{K} \sum_{s \in R} (A[s] - m_1)^k$$

Remarques : Les moments centrés d'ordre 3 et 4 portent les noms spécifiques respectifs suivant : SKEWNESS (mesure la déviation de la distribution des niveaux de gris par rapport à une distribution symétrique (histogramme)); pour une déviation vers les valeurs élevées le skewness est positif et KURTOSIS (caractérise le sommet de l'histogramme : plus le kurtosis est faible et plus le sommet de l'histogramme est arrondi).

Moment d'espace composé de second ordre ou autocovariance : Pour une translation \mathbf{t} du plan

$$M_2(\mathbf{t}) = \frac{1}{N_c} \sum_{s \in R, s+\mathbf{t} \in R} (A[s] - m_1)(A[s+\mathbf{t}] - m_1) \quad N_c : \text{nombre de couples } (s, s+\mathbf{t}) \text{ appartenant à } R$$

L'autocovariance est périodique quand la texture est périodique.

15.4 Matrice de cooccurrence

Pour une translation \mathbf{t} , la matrice de cooccurrence \mathbf{MC}_t d'une région R est définie pour tout couple de niveaux de gris (a, b) par :

$$\mathbf{MC}_t(a, b) = \text{card} \left\{ (s, s+\mathbf{t}) \in R^2 \mid A[s] = a \text{ et } A[s+\mathbf{t}] = b \right\}$$

$\mathbf{MC}_t(a, b)$ est donc le nombre de couples de sites $(s, s+\mathbf{t})$ de la région considérée, séparés par le vecteur de translation \mathbf{t} et tel que s a pour niveau de gris a et $s+\mathbf{t}$ pour niveau de gris b .

Pour une image quantifiée sur L niveaux de gris, la matrice \mathbf{MC}_t est une matrice $L \times L$. En pratique, on réduit cet ensemble de niveaux de gris à 8 ou 16 valeurs.

Les matrices de cooccurrence contiennent une masse d'information trop importante et difficilement manipulable dans son intégralité (256 pour 16 niveaux de gris valeurs dont beaucoup de zéros). 14 indices prenant en compte l'ensemble de la matrice \mathbf{MC}_t ont été définis par Haralick. Ils correspondent à des caractères descriptifs de textures.

Homogénéité :
$$\frac{1}{N_c^2} \sum_a \sum_b (\mathbf{MC}_t(a, b))^2 \quad N_c \text{ nombre de couples } (a, b) \in \mathbf{MC}_t$$

Cette indice est d'autant plus élevé que le niveau de gris est uniforme ou quand il y a périodicité dans le sens de la translation.

Contraste :
$$\frac{1}{N_c(L-1)^2} \sum_{k=0}^{L-1} k^2 \sum_{|a-b|=k} \mathbf{MC}_t(a, b)$$

Chaque terme de la matrice \mathbf{MC}_t est pondéré par sa distance à la diagonale. Le contraste est élevé quand on passe souvent d'un pixel très clair à un pixel foncé ou inversement.

Entropie :

$$1 - \frac{1}{N_c \ln(N_c)} \sum_a \sum_b MCt(a, b) \ln(MCt(a, b)) \cdot 1_{MCt(a, b)}$$

$$1_{MCt(a, b)} = \begin{cases} 1 & \text{si } MCt(a, b) \neq 0 \\ 0 & \text{si } MCt(a, b) = 0 \end{cases}$$

L'entropie est faible si on a souvent le même couple de pixels, forte si chaque couple est peu représenté. Elle fournit un indicateur du désordre que peut présenter une texture.

Corrélation :

$$\frac{1}{N_c \sigma_x \sigma_y} \left| \sum_a \sum_b (a - mx)(b - my) MCt(a, b) \right|$$

mx: moyenne des lignes de la matrice ; my: moyenne des colonnes ; σ : variances lignes colonnes.
Cet attribut rend compte de la corrélation entre les niveaux de gris des pixels de l'image, séparés par la translation définie au départ.

Homogénéité locale :

$$\frac{1}{N_c} \sum_a \sum_b \frac{1}{1 + (a - b)^2} MCt(a, b)$$

Directivité :

$$\frac{1}{N_c} \sum_a MCt(a, a)$$

La directivité est importante s'il y a des pixels de même niveau de gris séparés par la translation t

Uniformité :

$$\frac{1}{N_c^2} \sum_a MCt^2(a, a)$$

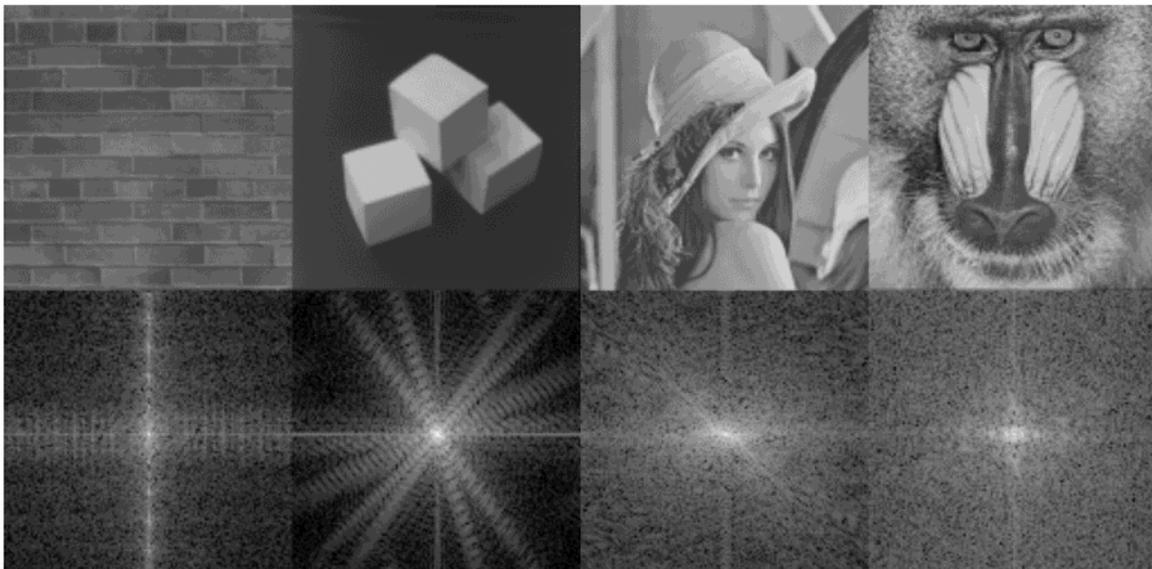
Elle est d'autant plus importante qu'un seul niveau de gris apparaît souvent dans la direction de la translation.

15.5 Spectre

La transformation de Fourier permet de passer d'une représentation de l'image dans le domaine spatial (i,j) à une représentation dans le domaine fréquentiel (u,v).

$$F[u, v] = \frac{1}{MN} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} A[i, j] \cdot e^{-2j\pi \left(\frac{ui}{M} + \frac{vj}{N} \right)} \quad \text{avec } 0 \leq u \leq M-1 \quad \text{et } 0 \leq v \leq N-1$$

Pour éviter les problèmes délicats d'interprétation de la phase, on exploite souvent le module de la transformée de Fourier ou **spectre de Fourier**. Les périodicités de l'image se traduisent par des périodicités du spectre. Le spectre est très riche en information : densité spectrale, période...



15.6 Longueurs de plage (ou isosegments)

Une plage de niveaux de gris (ou isosegment) est un ensemble de pixels consécutifs, dans une direction donnée, ayant le même niveau de gris. La longueur d'une plage (run length) est le nombre de pixels de cet ensemble. A chaque direction, est associée une matrice de longueurs de plages \mathbf{P}_θ , dont l'élément $p_\theta(i,j)$ représente le nombre de plages de longueur j dans la direction θ , constituées de pixels de niveau de gris i . Attributs extraits de cette matrice L (nombre de niveaux de gris)* N_θ .

$$\text{Nombre de longueurs de plage : } SLP = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=1}^{N_\theta} p_\theta(i, j)$$

$$\text{Proportion de petites plages : } RF1 = \frac{1}{SLP} \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=1}^{N_\theta} \frac{p_\theta(i, j)}{j^2}$$

$$\text{Proportion de grandes plage : } RF2 = \frac{1}{SLP} \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=1}^{N_\theta} j^2 p_\theta(i, j)$$

15.7 Attributs fractals

Dimension fractale

La dimension fractale d'une image est comprise entre 2 et 3 ; plus la texture est lisse (resp. rugueuse), plus la dimension fractale est proche de 2 (resp. 3).

Lacunarité

L'attribut de lacunarité est faible quand la texture est fine, et élevé pour une texture grossière.

En, pratique, les attributs fractals permettent de bien caractériser les textures. Cependant, il ne peuvent se calculer que sur des régions de taille importante et leur temps de calcul est élevé.

16) L'interpolation d'images

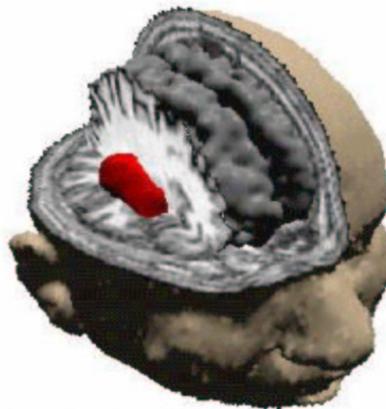
La visualisation 3D passe souvent par une représentation surfacique des structures extraites. Cette représentation peut se faire :

- par facettes,
- par voxels cubiques (meilleure qualité).

Il est alors nécessaire de passer par un ré échantillonnage du volume numérique suivant Z.

L'interpolation d'images a pour **but** la **reconstruction d'une scène 3D** (voxels isotropes) à partir d'une série de coupes parallèles successives.

- Applications :*
- Etude des caractéristiques structurelles et morphologiques des organes.
 - Planification des interventions chirurgicales.
 - Planification des traitements radiatifs.



16.1 Méthodes

Interpolation de coupes : Interpolation - Segmentation - Génération du rendu 3D
Interpolation linéaire ou de degré supérieur de façon à obtenir une résolution isotropique.
→ *produit une image 3D floue (segmentation difficile).*

Interpolation des contours : Segmentation - Interpolation - Génération du rendu 3D)
Extraction des caractéristiques communes des coupes adjacentes.
Association de ces caractéristiques : Matching.
Déformation progressive d'un contour vers l'autre.
→ *Résultat lié à la qualité du matching.*

16.2 Interpolation des contours

Approche contour opère sur le contour d'un objet.

Dynamic elastic interpolation : Approximation des contours par des polygones - Identification du champ de forces sur 1 contour afin de le déformer vers l'autre contour (algorithme itératif non convergent pour contours complexes).

Contours interpolation using Snake : Déformation basée sur le principe du Snake (contour actif possédant une énergie interne)- Algorithme complexe lent.

Matchings utilisés : Critères directionnel et/ou de distance minimale.

Approche région opère sur la région définissant l'objet :

Shape-based interpolation : Binarisation des images segmentées - Transformation en distance (au contour le plus proche) et interpolation des images de distance.

Morphology-based interpolation : Interpolation réalisée par les opérateurs de dilatation et d'érosion pondérés. La taille de l'élément structurant est fonction de la position du point au contour.

17) Le Recalage et la Fusion

17.1 Introduction

But du recalage : **Aide au diagnostic**

- Besoin d'apporter aux études fonctionnelles des références anatomiques.
- Comparaison de mesures régulièrement répétées chez un même patient.
- Référencer une image à un atlas afin de classifier une pathologie.

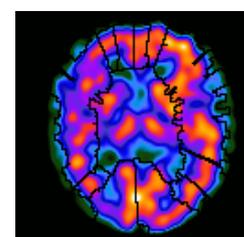
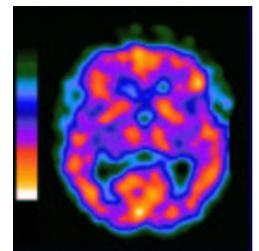
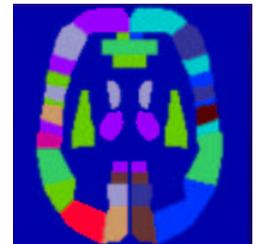
Spécificité du recalage

- Informations hétérogènes (images de sources variées).
- Information imparfaites et incomplètes (imprécision des contours).
- Complexité - Volume.

Principe

- Détermination de la transformation : Ensemble d'équations.
Faire correspondre les éléments (pixels ou objets) d'une image avec les éléments correspondant de l'autre image.
- Fusion des images
Echelle bicolor - Utilisation des contours.

⇒ **Difficulté d'évaluation du résultat (subjectivité).**



17.2 Transformations utilisées

Les transformations rigides (rotation et translations) complétées par un changement d'échelle sont les plus adaptées au domaine de la neurologie.

Déformation non rigide, pour le recalage sur un Atlas.

17.3 Recalage par appariement de points de repères

Les repères utilisés comme références pour établir la transformation portent sur des structures invariantes visibles sur les deux images. La transformation est définie à partir des positions des repères déterminés, par une méthode de minimisation des moindres carrés.

L'information utilisée se distingue de l'information :

- relative à l'appareillage (bruit),
- potentiellement utile au diagnostic (non visible sur toutes les modalités).

Repères externes

- Casque stéréotaxique de repérage tridimensionnel (*difficilement applicable en routine*).
- Marqueurs fixés sur la peau.
- Masque facial, moule dentaire...
- Reconnaissance de la face (laser-caméra).

Repères anatomiques

Fissure interhémisphérique ou commissures antérieure et postérieure (ligne CACP).

17.4 Recalage par superposition des contours surfaciques

- Segmentation des images.
 - Modélisation des surfaces.
 - Minimisation de distance des surfaces (processus itératif).
- ⇒ **Très dépendant de la segmentation.**

17.5 Recalage par détermination des axes principaux

Un organe assimilé à un corps rigide (cerveau) peut se caractériser par :

- la position de son centre de masse,
- son orientation, donnée par ses axes principaux.

Position du centre de masse

Soit C le centre de masse d'un ensemble de N pixels :

$$C_x = \frac{1}{N} \sum x_i \quad C_y = \frac{1}{N} \sum y_i \quad C_z = \frac{1}{N} \sum z_i$$

Mise en correspondance des centres de masse des deux images.

Matrice d'inertie

$$I_0 = \begin{vmatrix} \sum y^2 + z^2 & - \sum x y & - \sum x z \\ - \sum x y & \sum x^2 + z^2 & - \sum y z \\ - \sum x z & - \sum y z & \sum x^2 + y^2 \end{vmatrix}$$

Matrice symétrique dont les vecteurs propres sont parallèles aux axes principaux.

⇒ **Une translation permet le recouvrement des deux centres de masse et une rotation conduit à la superposition des axes principaux.**

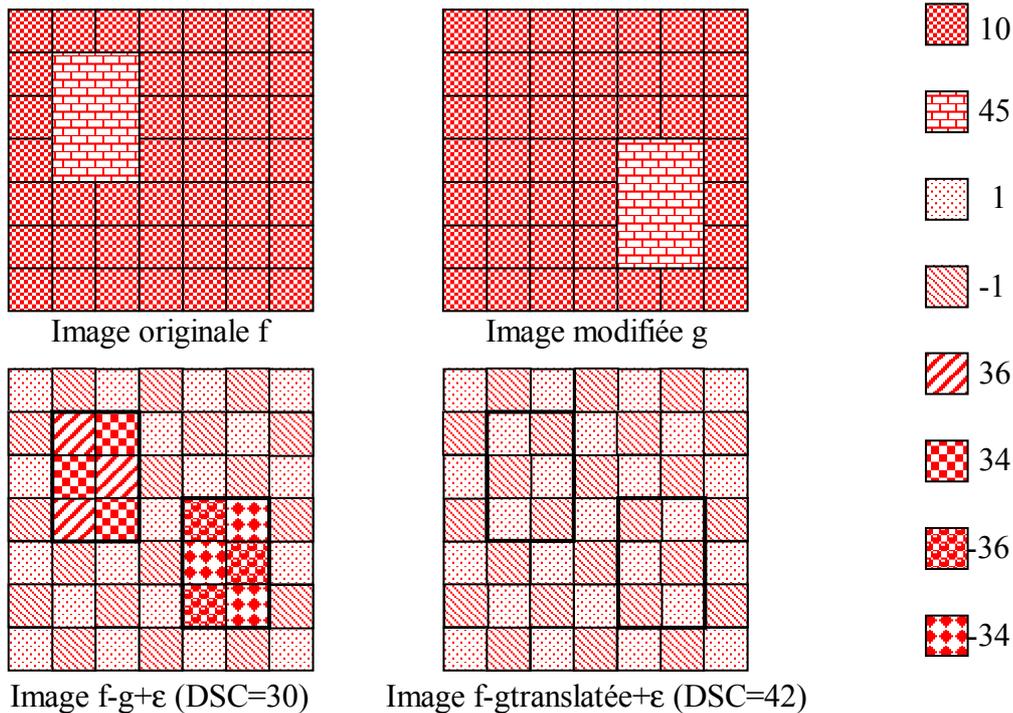
17.6 Recalage par critères de similitude

Critère Stochastique de Changement de Signe

Soient V et W deux images à recalcr, et W' l'image transformée de W.

Le critère réside dans la sommation de tous les changements de signe entre deux pixels successifs lors d'un balayage ligne de l'image V-W'. La transformation est optimale pour le recalage, lorsque l'image V-W' est constituée de pixels variant autour de zéro (présence d'un bruit). Le CSCS est alors maximal.

⇒ **Recalage d'images de même modalité.**



18) La logique floue ou "fuzzy logic"

Théorie mathématique prenant en compte l'incertitude et/ou l'imprécision.

Applications : contrôle automatique, prédiction d'évènements, aide à la décision, interprétation d'images...

Théorie adaptée à l'imagerie médicale : **Images > Données imparfaites**

Systemes d'acquisition ➡ Mesures précises mais incertaines,
Renseignements humains imprécis.

18.1 Principaux types de fonctions d'appartenance

Soient X un ensemble de référence (ou univers) et A un sous-ensemble flou de X.

La fonction d'appartenance associée au sous-ensemble flou A est notée :

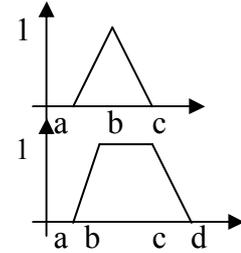
$$f_A : x \in X / f_A(x) \in [0 ; 1]$$

$f_A(x)$: degré d'appartenance de l'élément x au sous-ensemble flou A.

Fonctions triangulaires : $triangle(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right)$

Fonctions trapézoïdales : $trapèze(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right)$

Fonctions en forme de cloche : $cloche(x) = \frac{1}{1 + \left|\frac{x-c}{a}\right|^{2b}}$



18.2 Produit cartésien de sous-ensembles flous

Soit plusieurs sous-ensembles flous définis sur plusieurs univers différents.

Le sous-ensemble flou global A est défini comme le produit cartésien des sous-ensembles flous initiaux A_1, \dots, A_n définis sur les univers X_1, \dots, X_n .

$$A = A_1 * A_2 * \dots * A_n \quad \forall x = (x_1, \dots, x_n) \in X, \quad f_A(x) = \min(f_{A_1}(x_1), \dots, f_{A_n}(x_n))$$

19) Les transformations orthogonales

Une transformation orthogonale réalise une rotation de l'espace de représentation. Les données passent d'un espace où elles sont hautement corrélées dans un espace où cette corrélation est minimisée.

Soit une image x dont l'image transformée est X telles que :

$$X(k, l) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} x(i, j) T_{k,l}(i, j) \quad x(i, j) = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} X(k, l) T_{k,l}^*(i, j)$$

avec $T_{k,l}^*(i, j)$ le complexe conjugué de $T_{k,l}(i, j)$

$T_{k,l}(i, j)$: Karhunen-Loeve - Hadamard - Fourier - Cosinus

19.1 Transformation cosinus discrète (TCD)

$$X(k, l) = \frac{2}{\sqrt{MN}} c(k) c(l) \sum \sum x(i, j) \cos\left(\frac{(2i+1)k\pi}{2M}\right) \cos\left(\frac{(2j+1)k\pi}{2N}\right)$$

avec $c(k) = 1/\sqrt{2}$ si $k=0$
 $c(k) = 1$ sinon

Transformation inverse

$$x(i, j) = \frac{2}{\sqrt{MN}} \sum \sum c(k) c(l) X(k, l) \cos\left(\frac{(2i+1)k\pi}{2M}\right) \cos\left(\frac{(2j+1)k\pi}{2N}\right)$$

La transformation en cosinus est à noyaux séparables

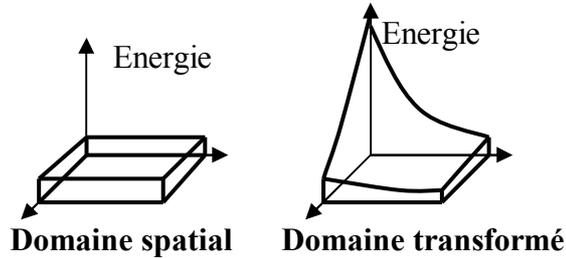
→ calcul de la transformée (directe ou inverse) sur les lignes puis sur les colonnes.

Algorithmes rapides pour M et N puissances de 2 : Chen, Lee, Vetterli.

Distribution de l'énergie de la transformation en Cosinus:

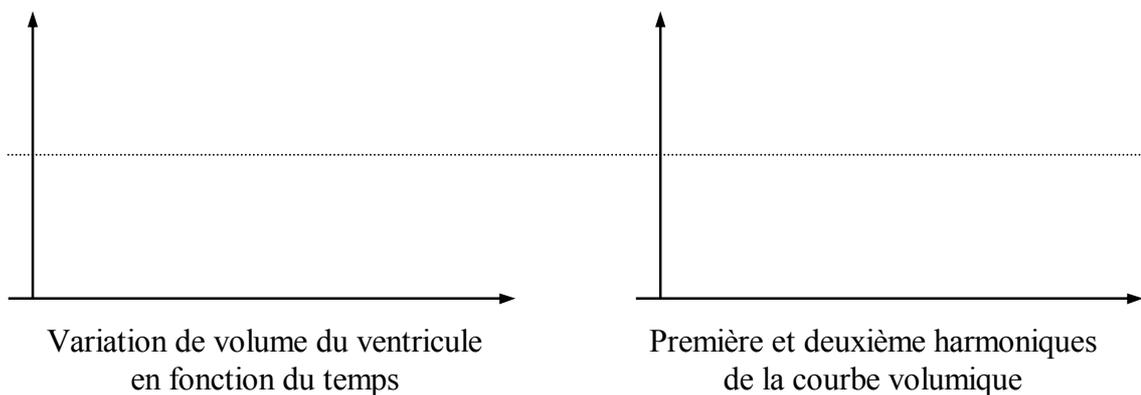
Le premier coefficient transformé définit l'intensité moyenne de l'image source. Les autres coefficients sont associés aux détails de l'image. L'énergie totale étant conservée, la plupart des coefficients ont peu d'énergie.

==> **Utilité en compression.**

**19.2 Traitement d'images cardiaques en médecine Nucléaire**

Courbe de variation de volume du ventricule gauche en fonction du temps.

Fonction périodique \Rightarrow Décomposition en série de Fourier.



Angiographie : division du cycle cardiaque en N intervalles égaux correspondant aux N images d'acquisition (N=16).

Variation de volume du ventricule en fonction du temps

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_n C_n \cos(n\pi t / 8) + \sum_n S_n \sin(n\pi t / 8)$$

C_n : coefficient de Fourier en cosinus pour la $n^{\text{ième}}$ harmonique.

$$C_n = \frac{1}{8} + \sum_{j=1}^{16} X(j) \cos(n\pi(j-0,5)/8)$$

S_n : coefficient de Fourier en sinus pour la $n^{\text{ième}}$ harmonique.

$$S_n = \frac{1}{8} + \sum_{j=1}^{16} X(j) \sin(n\pi(j-0,5)/8)$$

$X(j)$: Matrice image correspondant à la $j^{\text{ème}}$ image.

A_0 : Image moyenne.

$$A_0 = \frac{1}{8} + \sum_{j=1}^{16} X(j)$$

Calcul des images coefficients de Fourier pour les trois premières harmoniques (débruitage).

Volume télédiastolique : Fin de diastole $t = 0$

$$I_D = f(0) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^3 C_n$$

Volume télésystolique : Fin de systole $t = T/2 = 8$

$$I_D = f\left(\frac{T}{2}\right) = \frac{A_0}{2} - C_1 + C_2 - C_3$$

Image de phase de la première harmonique

Distribution régionale de la contraction ventriculaire

$$I_P = \arctan(S_1 / C_1)$$

Image d'amplitude de la première harmonique

$$I_{A_1} = \sqrt{S_1^2 + C_1^2}$$

Fraction d'éjection

Segmentation du ventricule gauche sur les images télédiastolique et télésystolique.

$$FE = \frac{\text{Volume télédiastolique} - \text{Volume télésystolique}}{\text{Volume télédiastolique}}$$

